

## Модели эмиттеров в ПО «Elisa»

И.В. Куликова, Н.К. Приступчик

АО «НПП «Исток» им. Шокина», г. Фрязино

**Аннотация:** в работе представлены три модели эмиттера, которые используются в разработанном ПО «Elisa» для численного моделирования электронной оптики. Особое внимание в работе уделяется модели Максвелла-Больцмана, позволяющей учитывать температурный разброс по скоростям. Представлена оригинальная методика дискретизации функции распределения, позволяющая минимизировать количество частиц. Приведены результаты моделирования электронной пушки для трех типов эмиттеров.

**Ключевые слова:** PIC метод, распределение Максвелла-Больцмана, термоэмиссия.

### 1. Введение

«Elisa» это новое программное обеспечение (ПО) для моделирования электронной оптики на основе метода частиц в ячейке (PIC), которое позволяет более детально исследовать статическое и динамическое поведение потока частиц в электронных пушках сложной геометрии в аксиально симметричной постановке [1,2]. Для обеспечения более точного отображения конструкции в численной модели и, соответственно, получения более точного решения используется неструктурированная сетка. В решатель заложено самосогласованное решение уравнений движения электронов и расчет статического электрического поля, учитывающее заряд движущихся частиц [3,4]. Основными факторами, влияющими на результаты решения, будут качество сетки и граничные условия. Широкий спектр задания граничных условий, определяет классы решаемых задач. Тип эмиттера является одним из основных параметров при моделировании электронных пушек. Именно он определяет начальные условия для частиц.

В статье рассмотрены основные типы моделей термоэмиссионных эмиттеров. Особое внимание уделено модели Максвелла, учитывающей тепловой разброс скоростей электронов и ее дискретизации, для использования в численных расчетах.

### 2. Математические модели

На данный момент в «Elisa» реализованы три эмиссионные модели, две из которых учитывают тепловой разброс по скоростям. Во всех трех случаях установлено температурное ограничение по плотности тока, которое задается уравнением Ричардсона-Дэшмана [5]:

$$j_D = A_0 T^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{2kT}\right), \quad (1)$$

где  $A_0 = 4\pi e k^2 m / h^3 = 120,4 \cdot 10^4$ ,  $m$  – масса электрона,  $e$  – заряд электрона,  $T$  – температура эмиттера,  $k$  – постоянная Больцмана,  $\varphi$  – работа выхода электрона.

Базовая модель - самая простая и имеющая наиболее быструю сходимость, которая реализована в «Elisa», это модель ограничения плотности тока пространственным зарядом Чайлда-Ленгмюра или закон степени 3/2, описывается выражением [6]:

$$j = A \frac{U^{3/2}}{d^2}, \quad (2)$$

где  $A = 4/9\epsilon_0\sqrt{2e/m}$ ,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная,  $d$  – пробный шаг или sampling distance.

Однако, как было сказано выше, даже в базовой модели плотность тока не может превышать  $j_D$ .

Для термоэмиссии, где тепловое движение играет ключевую роль, применяется модель Максвелла, основанная на распределении Максвелла-Больцмана. Эта модель учитывает статистический разброс скоростей электронов, что критически важно для корректного описания электронного потока, имеющего фазовый объем.

Функция распределения  $f(v)$  Максвелла-Больцмана описывается выражением:

$$f(v) = C_0 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right), \quad (3)$$

где  $v$  – скорость,  $C_0$  – нормировочный коэффициент.

Первый момент функции распределения умноженный на заряд электрона дает плотность тока. Задавая плотность тока можно рассчитать нормировочный коэффициент  $C_0$ .

Две модели эмиттера, учитывающие тепловой разброс по скоростям отличаются не только нормировочным коэффициентом.

В первой модели плотность тока задается законом  $3/2$ . Соответственно необходимо задавать пробный шаг. Ток, рассчитанный с учетом теплового разброса по первой модели не отличается от самой простой. Незначительно отличается только форма пучка и кроссовер смещается влево (к катоду), как и в большинстве программ для моделирования электронной оптики.

Во второй модели плотность тока, эмиттирующая с поверхности катода, не зависит от распределения потенциала и задается током термоэмиссии (1). В прикатодной области формируется электронное облако, которое порождает провисание потенциала и формирует потенциальный барьер, который могут преодолеть только электроны, имеющие достаточную начальную скорость. Для данной модели эмиттера ток незначительно отличается от закона  $3/2$ .

### 3. Дискретизация

Для инициализации частиц на поверхности катода разработано множество подходов.

1) На каждом временном шаге скорость частицы генерируется алгоритмом случайных чисел, концентрация определяется функцией распределения. Обычно для расчета электронной оптики данный подход не используют.

2) В каждый момент времени генерируется набор частиц, обладающих различными начальными скоростями и несущими заряд согласно функции распределения. Эта модель наиболее распространена и используется в «Elisa».

Для дискретизации функции распределения в «Elisa» используется триангулярная сетка, область определения задается в виде  $v \in [0 \dots 3 * v_T]$ ,  $\alpha \in [0 \dots 2\pi]$  в сферической системе координат, как показано на рисунке 1.

Дискретные значения скоростей задаются в центрах масс треугольников, как показано на рисунке 1 точками. В зависимости от модели эмиттера, функция распределения нормируется различными значениями плотности тока.

На рисунке 2 представлены результаты моделирования электронной пушки, рассчитанные с использованием разных моделей эмиттеров. Сетка для всех трех типов

была одной и той же.

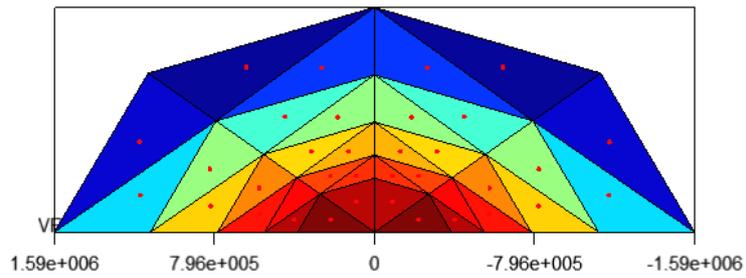
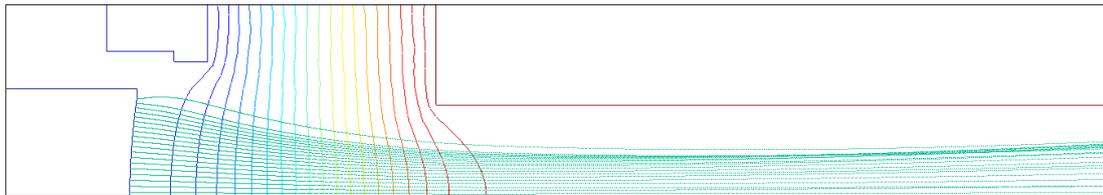
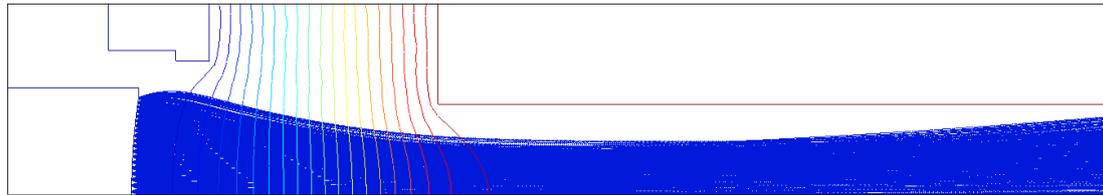


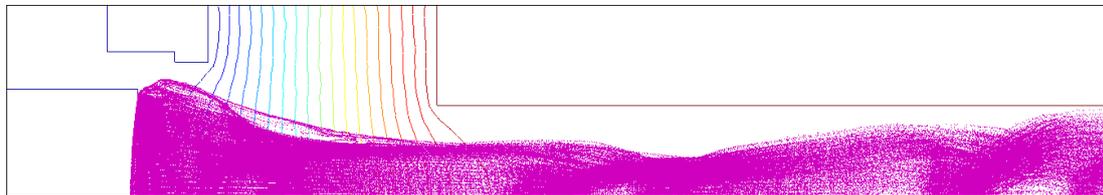
Рисунок 1. Функция распределения в логарифмическом масштабе.



а)

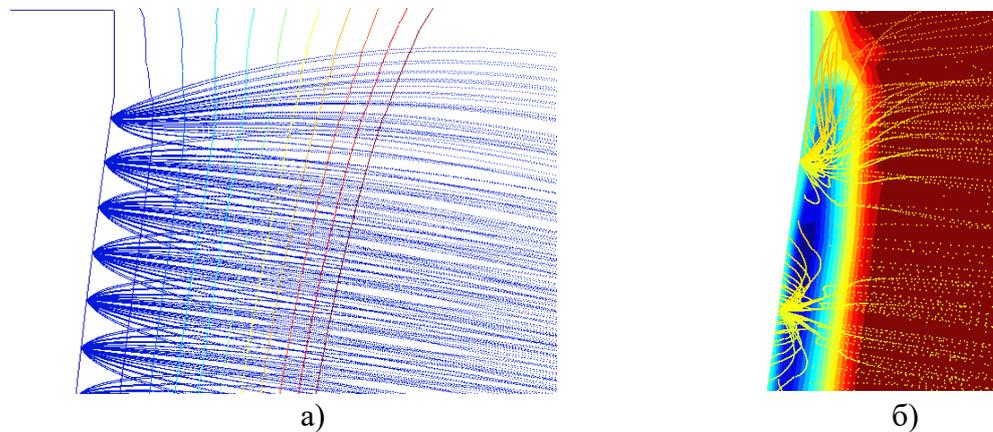


б)



с)

Рисунок 2. Электронный поток в пушке а) базовая модель,  $I = 1.49$  А, б) модель Максвелла с нормировкой по закону  $3/2$ ,  $I = 1.52$  А, с) имитационное моделирование,  $I = 1.52$  А.



а)

б)

Рисунок 3. Траектории электронов в прикатодной области для двух моделей Максвелловского эмиттера а) нормировка током по закону  $3/2$  (2), б) имитационное моделирование.

На рисунке 3 представлены более детально прикатодные области для двух моделей, учитывающих разброс электронов по скоростям. На рисунке 3а видно, что частицы не возвращаются на катод, поскольку отсутствует потенциальный барьер. На рисунке 3б видны возвращающиеся частицы, величина потенциального барьера составляет порядка  $-8$  В, а расстояние от эмиттера до минимума потенциала составляет от 10 до 15 мкм в зависимости от топологии катода и распределения потенциала, определяемого конструкцией электронной пушки.

#### 4. Заключение

Преимущества модели эмиттера, учитывающей температурный разброс по скоростям по закону Максвелла – Больцмана с нормировкой термоэмиссионной плотностью тока, это реалистичность, которая позволяет воспроизводить термодинамические свойства электронного облака. Модели, учитывающие разброс скоростей в электронном потоке, позволяют более точно численно исследовать пространственную динамику пучка (расходимость).

Однако данные модели обладают существенным ограничением, а именно, требуют вычислительных ресурсов для генерации большого числа частиц. Особенно ресурсоемкой является третья модель, позволяющая вычислять провисание потенциала в прикатодной области. Как показали численные исследования, проведенные различными методами [4,7,8] размеры потенциального барьера не превышают несколько десятков микрон, и следовательно, для корректного вычисления поля требуется сетка с шагом менее 5 мкм в прикатодной области. Так же по результатам данных исследований рекомендуемый пробный шаг составляет порядка 30 мкм.

Планируется вести дальнейшую работу по следующим вопросам:

- начать работу над графическим интерфейсом пользователя;
- разработка форматов выгрузки данных для дальнейшей постобработки результатов моделирования;
- учет собственного магнитного поля электронного потока.

#### Список литературы

1. Куликова И.В., Приступчик Н.К. Разработка ПО на основе Лагранжева описания движения частиц для неструктурированных сеток. Сборник докладов XIII Всероссийской научно-технической конференции "Электроника и микроэлектроника СВЧ". СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2024, С. 108-111.
2. C. Geuzaine and J.-F. Remacle. Gmesh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79(11). – 2009. – pp. 1309-1331.
3. Birdsall, C. K., & Langdon, A. B. *Plasma Physics via Computer Simulation*. (2004). Taylor & Francis.
4. И.В. Куликова. Методы моделирования электронного газа в плоском диоде. Суперкомпьютерные дни в России: труды международной конференции, Москва, 27–28 сентября 2021 года. – М.: ООО "МАКС Пресс", 2021. – С. 159-160.
5. Richardson, O. W. The Emission of Electricity from Hot Bodies. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 1921. DOI: 10.1098/rsta.1921.0009
6. C. D. Child. Discharge from hot CaO. *Phys. Rev.* – 1911. – 32, – pp.492.
7. И.В. Куликова. Построение ВАХ вакуумного диода на основе численного решения уравнения Власова–Пуассона. *Прикладная физика*. – 2020. – № 2. С.27-33.
8. Langmuir I. The effect of space charge and initial velocities on the potential distribution and thermionic current between parallel plane electrodes. *Phys. Rev.* 21, 419. Iss. 4 1923. DOI: 10.1103/PhysRev.21.419.