

# Способ быстрого вычисления многомодовых матриц двумерных моделей планарных элементов произвольной формы

В.В. Радченко, Д.В. Денисенко

АО «ЦНИРТИ им. академика А.И. Берга»

**Аннотация:** в данной работе предложен способ значительного сокращения временных затрат на вычисление многомодовых матриц двумерных планарных элементов произвольной формы на основе эквивалентного резонатора. Ускорение достигается за счет сегментации топологии однотипными базовыми сегментами малых размеров с минимальным количеством электрических выводов. По результатам численного эксперимента приведены сравнительные оценки временных затрат на вычисление многомодовых матриц длинных отрезков микрополосковых линий при использовании типового и предложенного подходов.

**Ключевые слова:** полосковые линии, квазистатическое моделирование, двумерные планарные компоненты, сегментация, многопортовые модели, многомодовые параметры

## 1. Введение

Для разработки планарных СВЧ-устройств с оптимальными характеристиками необходим анализ тысяч вариантов топологии устройства при высокой точности моделирования. Наиболее полные электромагнитные модели требовательны к вычислительным ресурсам, а расчетное время их характеристик исчисляется десятками минут на современных компьютерах.

Значительно снизить временные затраты позволяют модели на основе квазистатического приближения, однако их простые реализации имеют приемлемую точность только в ограниченном классе задач, а более универсальные подходы на основе аппарата функции Грина или электромагнитных методов так же приводят к повышенным вычислительным затратам. В данном докладе предлагается способ ускорения вычислений многомодовых матриц  $Z$ -параметров класса квазистатических двумерных моделей планарных элементов, которые обеспечивают возможность расчета произвольных топологий планарных СВЧ-устройств [1, 5].

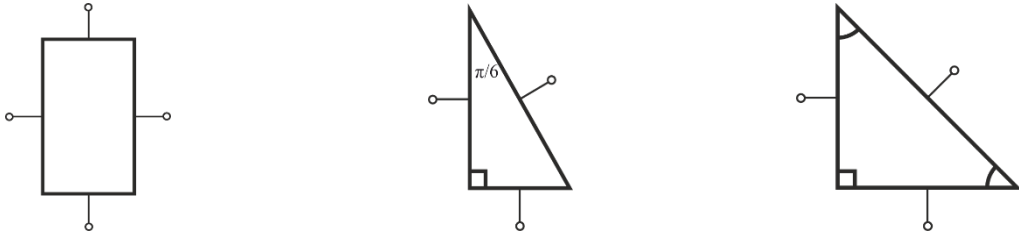
## 2. Моделирование планарных элементов произвольной формы

При формировании многопортовой модели планарного устройства на основе эквивалентного резонатора ограничимся минимальным набором уникальных сегментов с минимальным количеством выводов, а форму планарного сегмента составим из множества однотипных независимых элементов, назовем их базовыми. В результате нам понадобится вычислить  $Z$ -параметры только для нескольких простейших базовых сегментов, которые затем соединяются в новые многополюсники путем последовательного исключения не использующихся выводов. Формировать итоговую матрицу будем в  $Y$ -параметрах при помощи метода узловых потенциалов. Матрицы проводимостей для базовых сегментов в таком случае вычисляются как  $Y_{sub} = Z_{sub}^{-1}$ , а матрица проводимостей составного сегмента является суммой матриц базовых сегментов с учетом нумерации выводов:

$$\mathbf{Y}_s^{sub} = \mathbf{Z}_{sub1}^{-1} + \mathbf{Z}_{sub2}^{-1} + \dots + \mathbf{Z}_{subK}^{-1}. \quad (1)$$

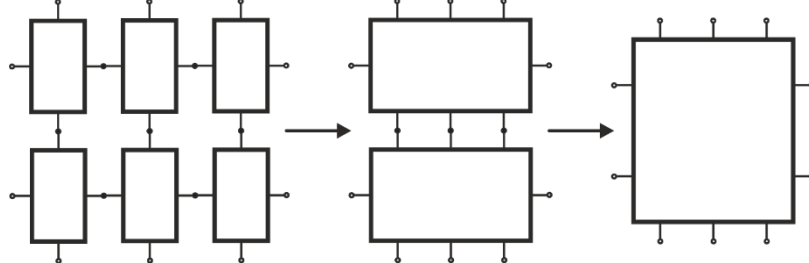
Среди форм, для которых известны функции Грина из разложения по собственным функциям, выделим простейшие, для которых выражения для вычисления  $Z$ -параметров могут быть преобразованы к быстросходящимся одиночным рядам. Это сегменты прямоугольной формы [9, 10, 6, 3], а также прямоугольный треугольник с углом  $\pi/6$ , который образован делением равностороннего пополам [7] и равнобедренный прямоугольный треугольник [8]. Математические выражения для вычисления их матриц представлены в приведенных источниках литературы, приводить их не будем ввиду их громоздкости.

Выберем размеры базовых сегментов такими, чтобы длины их сторон были сравнимы с размерами необходимых для анализа исходной топологии выводов и зададим по ширине каждой из сторон по одной секции с выводом, как показано на рисунке 1. Используя симметрию, находим, что для составления полной матрицы  $4 \times 4$  прямоугольного базового сегмента достаточно вычислить лишь 5 матричных элементов из 16-ти, что для квадрата составляет лишь 3. Для матрицы  $3 \times 3$  равнобедренного треугольника это 4 элемента из 9 и для половины равностороннего 6 из 9.



**Рисунок 1.** Простейшие геометрии базовых планарных сегментов, для которых известны аналитические представления функций Грина в виде одиночных рядов.

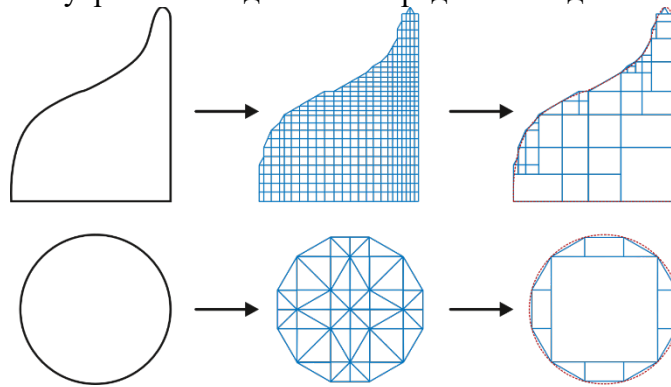
Поскольку токи и напряжения для каждого вывода рассчитываются исходя из усредненных значений физических величин, а межсоединения допускают распространение только основного типа ТЕМ-волны для каждого вывода, в случае необходимости учета более высоких типов волн необходимо уменьшать размеры секций с одновременным увеличением количества выводов на их границах. При этом более крупные сегменты могут быть образованы из базовых путем исключения внутренних выводов межсоединений. Пример получения новых элементов из одинаковых копий базовых продемонстрирован на рисунке 2.



**Рисунок 2.** Объединение однотипных планарных сегментов путем последовательного исключения внутренних выводов

Аппроксимация границ возможна набором отрезков с углом наклона  $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$  по отношению к осям координат прямоугольного базиса. Примеры аппроксимации базовыми сегментами элемента с криволинейными границами и окружности показаны на рисунке 3. Минимальные размеры приграничных базовых сегментов определяются требуемой точностью аппроксимации формы, при этом

достаточные размеры внутренних соединений определяются длиной волны.



**Рисунок 3.** Примеры аппроксимации сегментов с криволинейными границами набором базовых сегментов с последующим их частичным объединением

После составления полной матрицы проводимостей  $Y$  для всех выводов в глобальной нумерации, матрицы  $Y$  или  $Z$ -параметров для заданных портов находятся путем исключения выводов в местах соединений. Для этого составим СЛАУ:

$$Y \cdot V = I, \quad (2)$$

где  $V$ - вектор напряжений,  $I$  – вектор токов.

Подключая поочередно единичные источники токов к портам и оставляя нулевые элементы в векторе токов для свободных выводов без источников, из решений СЛАУ найдем элементы матрицы  $Z$ -параметров рассчитываемой модели согласно определению:  $Z_{nm} = V_n / I_m |_{I_i=0, i \neq m}$ .

### 3. Результаты численного эксперимента

Для наглядной демонстрации эффективности предложенного способа рассмотрим сильно вытянутые прямоугольные планарные элементы. Они часто встречаются на практике при моделировании микрополосковых устройств и имеют размеры, соизмеримые с длиной волны. Таким образом, большое количество выводов и долгая сходимость рядов функций Грина таких элементов приводят к большим вычислительным затратам.

Для проведения численного эксперимента использовалась собственная программа ЭВМ [2], написанная на языке C/C++, в которой реализован модуль вычисления матриц двумерных планарных моделей. Для примера взяты длинные отрезки микрополосковых линий на подложке толщиной 0,5 мм и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 10$ .

Расчетное время для 100 частотных точек многомодовой матрицы размером  $102 \times 102$  двумерной модели длинного отрезка микрополосковой линии, показанной на рисунке 4, составило 38,1 с для одного многопортового сегмента и 0,086 с при сегментации из базовых одинаковых сегментов, что добавило 49 внутренних соединений. Таким образом, достигнуто сокращение времени вычисления S-параметров для модели длинного узкого отрезка линии в 443 раза без потери точности.



**Рисунок 4.** Двумерные 102-портовые модели отрезка микрополосковой линии: сверху – один сегмент с выводами только по периметру; снизу – составленный из множества однотипных сегментов (+49 внутренних выводов).

Для модели, показанной на рисунке 5, время вычисления матрицы размером  $152 \times 152$  составило 78,8 с для цельного сегмента и 0,76 с для сегментированного при 223 добавленных соединениях, что означает сокращение времени вычисления S-параметров линии в 103 раза без потери точности.



**Рисунок 5.** Двумерные 152-портовые модели отрезка микрополосковой линии: сверху – один сегмент с выводами только по периметру; снизу – составленный из множества однотипных сегментов (+223 внутренних вывода).

Из полученных результатов видно, что сегментация однотипными базовыми сегментами позволяет сократить время вычисления матриц планарных сегментов как минимум на два порядка, при этом незначительно увеличиваются затраты на формирование и решение СЛАУ, что связано с увеличением ее размерности. При этом существует возможность дополнительного сокращения вычислительных затрат за счет оптимизации разбиения рассчитываемой топологии идентичными сегментами.

#### 4. Заключение

Практическое применение предложенного способа ускорения вычислений многоматричных параметров двумерных моделей планарных элементов на основе сегментации однотипными базовыми сегментами показывает, что для длинных отрезков микрополосковых линий возможно сокращение время вычислений по крайней мере на два порядка без потери точности.

#### Список литературы

1. Денисенко Д. В., Радченко В. В. Квазистатическое моделирование микрополосковых фильтров методом матричного представления краевых электромагнитных полей в резонаторах //Журнал радиоэлектроники. – 2020. – №. 3. – С. 7-7.
2. Денисенко Д.В. Microstrip TEM Solver. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ //Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. – 2024. – №. 2024616032.
3. Benalla A., Gupta K. C. Faster computation of Z-matrices for rectangular segments in planar microstrip circuits (short paper) //IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1986. – Т. 34. – №. 6. – С. 733-736.
4. Dobrowolski J. A. Introduction to Computer Methods for Microwave Circuit Analysis and Design. Artech House //Norwood. – 1991.
5. Gupta K. C. Analysis and design of integrated circuit-antenna modules. – 2000.
6. Hampe M., Palanisamy V. A., Dickmann S. Single summation expression for the impedance of rectangular PCB power-bus structures loaded with multiple lumped elements //IEEE transactions on electromagnetic compatibility. – 2007. – Т. 49. – №. 1. – С. 58-67.
7. Lee S. H., Benalla A., Gupta K. C. Faster computation of Z-matrices for triangular segments in planar circuits //International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering. – 1992. – Т. 2. – №. 2. – С. 98-107.
8. Lee S. K. et al. Efficient coupling impedance formulas for the right-angled isosceles triangular patch for use in segmentation analysis //2006 European Microwave Conference. – IEEE, 2006. – С. 241-244.
9. Lim E. G. et al. Efficient impedance coupling formulas for rectangular segment in planar microstrip circuits //IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2003. – Т. 51. – №. 8. – С. 2137-2140.
10. Liu P., Li Z. Efficient computation of Z-parameter for the rectangular planar circuit analysis //PIERS Online. – 2005. – Т. 1. – №. 5. – С. 611-614.