### УДК 537.622.4

# Микромагнитное моделирование ферромагнитного метаматериала с металлическими включениями

М.Д. Амельченко<sup>1</sup>, С.В. Гришин<sup>1</sup>, Ф.Ю. Огрин<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>СГУ им. Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup>Университет города Эксетер, Эксетер, Англия <sup>3</sup>ООО «MaxLLG», Эксетер, Англия

Аннотация: Приведены результаты компьютерного моделирования «левой» среды на основе магнитного метаматериала и расчет дисперсионных характеристик обратной электромагнитной волны, существующей в такой среде. Магнитный метаматериал представляет собой ферромагнитную матрицу, обладающую отрицательной магнитной проницаемостью в диапазоне СВЧ, в которую внедрена 2D периодическая структура из тонких проводящих немагнитных проволок, окруженных изоляторами, которая обладает отрицательной диэлектрической проницаемостью. Показано, что обратная волна существует при изменении направления поля подмагничивания.

Ключевые слова: левые среды, магнитный метаматериал, обратная волна

#### 1. Введение

За последние годы метаматериалы привлекли к себе большое внимание, благодаря своим свойствам, не встречающимся у природных сред. Это достигается за счет структур из субволновых элементов различных создания периодических конфигураций и из различных материалов для моделирования электрического или магнитного отклика среды. Важным условием для существования электромагнитной волны в такой среде является малость периода T относительно длины волны ( $T \ll \lambda$ ) [1]. По всей видимости, одним из самых первых теоретически предсказанных и экспериментально исследованных метаматериалов является, так называемая, «левая» среда [2], которая состоит из периодических включений в виде тонких металлических проволок и кольцевых разомкнутых резонаторов (КРР). Периодическая структура из тонких металлических проволок моделирует плазмонную среду, обладающую эффективной диэлектрической проницаемостью, в то время как периодическая структура из КРР обладает эффективной магнитной проницаемостью. Оба эффективных параметра носят резонансный характер и принимают отрицательные значения в частотных диапазонах, определяемых геометрическими параметрами структур. Таким образом, подобрав необходимые значения периодов и радиусов, возможно задать частотный диапазон, где оба эффективных параметра будут отрицательны. Поэтому «левые» среды часто называют дважды отрицательными средами, где возможно распространение обратной волны, обладающей аномальной дисперсией и противоположно направленными векторами фазовой и групповой скоростей.

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования магнитного метаматериала, обладающего свойствами левой среды. Показано, что в структуре формируется обратная электромагнитная волна (ОЭМВ) как в случае нормального намагничивания (внешнее магнитное поле  $H_0$  направлено вдоль проволок), так и в случае продольного намагничивания (направление поля  $H_0$  совпадает с волновым вектором k).

### 2. Аналитическая модель нормально намагниченного ферромагнитного метаматериала

Вначале были проведены аналитические расчеты дисперсионной характеристики (ДХ) ОЭМВ, существующей либо в безграничном по всем направлениям, либо в ограниченном в одном из направлений (по толщине) нормально намагниченном ферромагнитном метаматериале (ФМ ММ), в случае когда внешнее магнитное поле  $H_0$  направлено вдоль проволок. Для этого были взяты выражения, выведенные в работе [3] для ФМ матрицы, в объеме которой содержится двумерная (2D) периодическая структура из тонких металлических (немагнитных) проволок с периодом T и радиусом  $r_1$ , находящихся в изолирующем слое радиусом  $r_2$  при условии идеальной проводимости металла проволок (см. рисунок 1):

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_r [1 - \omega_p^2 / \omega^2],$$
(1)  
$$\omega_p^2 \simeq 2 \pi / \langle \varepsilon_f T^2 \mu_0 \{ ln(r_2/r_1) + \mu_{eff} [ln(T/r_2) - (3 + ln2 - \pi/2)/2] \} \rangle,$$
$$\mu_{eff} = (\mu^2 - \mu_a^2) / \mu,$$

где  $\mu = (\omega_{\perp}^2 - \omega^2)/(\omega_H^2 - \omega^2)$  - диагональная компонента, а  $\mu_a = \omega_M \omega/(\omega_H^2 - \omega^2)$ недиагональная компонента тензора высокочастотной магнитной проницаемости ферромагнетика,  $\omega_{\perp}^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M)$ ,  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения,  $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$  – электрическая постоянная,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\varepsilon_f = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость магнетика,  $\varepsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость магнетика.





Для расчёта ДХ ОЭМВ, существующей в металлизированном с обеих сторон нормально намагниченном слое ФМ ММ, выражение (1) было подставлено в дисперсионное уравнение, полученное при решении уравнений Максвелла в приближении неоднородных плоских волн:

$$[k_{y}^{2} - \mu (k_{0}^{2} \varepsilon_{eff} - k^{2})][k_{y}^{2} - (k_{0}^{2} \varepsilon_{eff} \mu - k^{2})] - k_{0}^{2} \varepsilon_{eff} \mu_{a}^{2} (k_{0}^{2} \varepsilon_{eff} - k^{2}) = 0,$$
(2)

где  $k_y = n\pi/d$  - функция поперечного волнового числа,  $n = \pm 1,2,3$  ... - номер объемной моды ЭМВ, d - толщина ФМ слоя, k – продольное волновое число ЭМВ в среде,  $k_0 = \omega/c$  – волновое число ЭМВ в вакууме.

#### 3. Результаты численного моделирования

Для подтверждения существования ОЭМВ в поперечно намагниченном магнитном метаматериале, предсказываемых аналитической теорией, было проведено численное моделирование ФМ ММ с помощью электродинамического пакета программ MaxLLG [4]. В основе работы пакета программ лежит метод конечных разностей во временной области (FDTD), применяемый для решения уравнений Максвелла, где уравнение зависимости намагниченности от внешнего магнитно поля записано через уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) для расчета характеристик различных магнитных устройств. Так как уравнение ЛЛГ является неявным, для его решения был разработан алгоритм, позволяющий учитывать анизотропию и обменные поля внутри сетки FDTD [5].

На рисунке 2 приведены результаты расчета ДХ ЭМВ, полученных на основе как аналитической теории, так и в пакете программ MaxLLG в случае нормального намагничивания. Из представленных на рисунке 2а результатов расчета следует, что в спектре безграничного по всем трем направлениям ФМ ММ наблюдаются три ТЕ ЭМВ, одна из которых (более высокочастотная) является быстрой ЭМВ, а две другие - медленными волнами. Одна из медленных ЭМВ, более низкочастотная, обладает нормальной дисперсией, а другая, более высокочастотная, является ОЭМВ и находится в полосе частот, где эффективные материальные параметры среды являются дважды отрицательными, с шириной  $\Delta f \approx 1.2 \Gamma$ гц. Результаты численного моделирования (желтые точки) и аналитической теории (красные линии) хорошо согласуются друг с другом (расхождение не превышает 4%). Также стоит отметить, что для построения теоретической дисперсионной характеристики использовались эффективные материальные параметры, из-за чего на ней отсутствуют брегговские резонансы, характерные для периодических структур. Однако, они отчетливо видны на результатах численного моделирования, что можно подтвердить, рассчитав первый брегговский резонанс:  $k_{\rm F1}/(2\pi)=2.5$  см<sup>-1</sup>.



**Рисунок 2.** ДХ быстрых и медленных ТЕ ЭМВ, существующих в поперечно намагниченном ФМ ММ для разных значений его толщины  $d: d \to \infty$  (a) и 1 см (b). ДХ ЭМВ, рассчитанные в программе MaxLLG, показаны желтыми линиями, а на основе аналитической теории - красными линиями. Расчеты выполнены для  $H_0$ =79.6 кА/м,  $M_0$ =27.85 мТл,  $\varepsilon_r$ =16,  $r_1$ =100 мкм,  $r_2$ =300 мкм, T=2 мм и  $\sigma$  =10<sup>8</sup> См/м.

На рисунке 2b продемонстрировано влияние толщины слоя ФМ метаматериала на ДХ ТЕ ЭМВ. Проведенные расчеты показали, что при нормальном намагничивании ограничение ФМ метаматериала по толщине приводит, в основном, к изменению частот отсечки ЭМВ. Так, в относительно толстых слоях поперечно намагниченного

ФМ ММ ДХ ОЭМВ практически не меняется по сравнению со случаем безграничного ФМ ММ (см. рисунок 2а). При дальнейшем уменьшении толщины слоя расхождение между результатами аналитической теории и численного эксперимента становится существенным, что указывает на необходимость уточнения аналитической модели.

На рисунке 3 приведены результаты расчёта спектров ЭМВ, существующих в безграничном и ограниченном в одном направлении (по толщине d) продольно намагниченном ФМ ММ. Из представленных на рисунке За результатов следует, что в продольно намагниченном безграничном ФМ ММ ОЭМВ не существует, так как при таком виде намагничивания в среде не существуют ТЕ-волны, для которых была построена аналитическая теория Дьюара при поперечном намагничивании [3]. Ситуация меняется, если продольно намагниченный ФМ метаматериал начать ограничивать вдоль длины проволок (см. рисунок 3b). В этом случае при переходе к тонким слоям из квази ТЕМ-волн начинают образовываться квази ТЕ-волны, которые в случае бесконечно тонких пленок становятся ТЕ-волнами. Это приводит к появлению двух типов ОЭМВ. Обратные ЭМВ первого типа являются более низкочастотными. Они находятся между частотами ФМ резонанса при продольном и поперечном намагничивании. Эти волны наблюдаются в отсутствие периодической проволочной структуры в тонком ФМ слое и не зависят от проводимости проволок. Обратные ЭМВ второго типа находятся на частотах, где эффективные материальные параметры среды являются дважды отрицательными. Свойства этих волн сильно зависят от проводимости проволок [6].



**Рисунок 3.** ДХ быстрых и медленных ЭМВ в безграничном (а) и ограниченном по толщине металлизированном с обеих сторон (b) продольно намагниченном ФМ ММ, рассчитанные в программе MaxLLG (желтые линии) и на основе магнитостатической теории (красные линии). Расчеты выполнены для  $H_0=1$  кЭ,  $M_0=142$  Гс,  $\varepsilon_r=16$ ,  $r_1=0.1$  мм,  $r_2=0.3$  мм, T=2 мм, d=0.5 мм и  $\sigma=10^8$  См/м.

#### 4. Заключение

В заключении отметим, что полученные результаты представляют интерес для разработки функциональных материалов для магноники.

## Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-79-20121, https://rscf.ru/en/project/19-79-20121/

#### Список литературы

- 1. Metamaterials. Devices and Applications / Ed. by A.L. Borja. Intech Open. 2017.
- Smith D.R. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity// Phys. Rev. Lett. - 2000. - V. 84. - No 18. - P. 4184–4187.
- Dewar G. Minimization of losses in a structure having anegative index of refraction // New J. Phys. 2005.
   V. 7. P. 161.

- 4. High Frequency Magnetics Software [Electronic resource]. Devon, UK: MaxLLG, Innovation Centre, University of Exeter; 2019. Available from: https://www.maxllg.com.
- Aziz M. M. Sub-nanosecond electromagnetic-micromagnetic dynamic simulations using the finitedifference time-domain method // Progress In Electromagnetics Research B. - 2009. - V. 15. - No. 15. - P. 1–29.
- 6. Amelcheko M.D., Grishin S.V., Ogrin F.Yu., Nikitov S.A. Micromagnetic simulation of ferromagnetic metamaterials with wire inclusions// Phys. Rev. B. 2023. Vol. 108. No 22. P. 224401.