

# Исследование влияния шероховатости резонатора на выходные характеристики гиротронов терагерцового диапазона

Д.А. Котова<sup>1,2</sup>, А.С. Седов<sup>1</sup>, А.С. Зуев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ИПФ РАН, Нижний Новгород

<sup>2</sup> НГТУ им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород

**Аннотация:** в данной работе была предпринята попытка проанализировать переход между крупномасштабными и мелкомасштабными неоднородностями и их влияние на электродинамические характеристики резонатора с помощью решения «холодной» задачи, которая определяет продольную структуру ВЧ-излучения, рабочую частоту и добротность рабочей моды. Предложена новая математическая модель учета шероховатости в резонаторе гиротрона и выполнен поиск выходных характеристик для заданных случайных профилей. Для реализации данной задачи был разработан программный комплекс по решению соответствующих дифференциальных уравнений и обработки полученных результатов. По результатам расчетов сделан вывод о классе точности станков для изготовления резонаторов терагерцового диапазона.

**Ключевые слова:** гиротрон, терагерцовый диапазон, шероховатость, добротность

## 1. Введение

Гиротроны в настоящий момент активно используются как источники мощного субтерагерцового и терагерцового излучения для многочисленных научных и технологических приложений [1, 2, 3]. Одной из задач, решаемых в процессе разработки гиротронов терагерцового диапазона частот, является адекватный учет неидеальности стенок резонатора. Основная проблема заключается в том, что при увеличении частоты выходного излучения отношение величины шероховатости к длине волны излучения увеличивается, и данные эффекты могут оказать существенное влияние на характеристики и режимы работы гироприборов [4]. В частности, это может привести к изменению уровня выходной мощности в следствии отклонения добротности от проектного значения, а также к смещению выходной частоты, что особенно критично для спектроскопических приложений.

Таким образом, возникает задача исследования мелкомасштабной неоднородности (шероховатости) резонатора гиротрона, неизбежно возникающей при изготовлении и обработки поверхности данного резонатора. Ранее были предложены математические модели, которые позволяли учесть эффект шероховатости, но в целом оперировали только одним показателем - глубиной шероховатости, при этом характерный размер неоднородности вдоль оси гиротрона не принимался во внимание.

В данной работе предпринята попытка оценить изменение параметров резонатора при переходе от крупномасштабных по поперечной координате неоднородностей (сравнимых с длиной резонатора) к мелкомасштабным (меньше длины волны).

## 2. Математическая модель учета шероховатости в регулярной части резонатора

Шероховатость резонатора моделировалась таким образом, что к значениям гладкого профиля резонатора в его регулярной части прибавлялся случайный профиль, заданный по следующей формуле:

$$R(z) = \sum_{n=1}^N a_n \sin\left(2n \frac{z}{L} \pi\right) \quad (1)$$

где  $z$  - продольная координата вдоль оси системы (за ноль выбрана точка, соответствующая началу однородного участка резонатора в случае идеально гладкой стенки),  $N$  – количество гармоник для учета шероховатости, которое фактически определяет характерный продольный размер шероховатости,  $L$  – длина регулярной части,  $a_n$  - амплитуды гармоник, которые задавались случайным образом с равномерной плотностью распределения вероятности в определенном диапазоне. Выбор только четных гармоник шероховатости был сделан для того, чтобы математическое ожидание отклонения профиля от регулярного было равно нулю, что позволило правильнее интерпретировать полученные данные по отклонению собственной частоты с физической точки зрения.

В целях нивелирования эффекта, где при случайном задании профиля могла возникнуть ситуация, когда в большей части профиля шероховатость будет около нуля, но при этом будут отдельные пики большой амплитуды, была произведена нормировка. На первом этапе амплитуды гармоник шероховатости случайным образом брались в диапазоне от -1 до 1 микрона. Затем для данной реализации вычислялось среднеквадратическое отклонение данного профиля от абсолютно гладкого по следующей формуле

$$\theta = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N a_n^2}{2}} \quad (2)$$

Далее полученные амплитуды шероховатости делились на среднеквадратическое отклонение и умножались на заданную величину характерного размера шероховатости, определяемую классом станка или способа обработки внутренней поверхности резонатора (например, 0.4 мкм). Таким образом, получался профиль, среднеквадратичное отклонение от гладкого которого соответствовало заданному размеру шероховатости.

Важным вопросом является число учитываемых гармоник. В гиротронах терагерцового диапазона, как правило, используются длинные резонаторы: длина однородного участка обычно составляет более 30–40 длин волн. Как было показано, микронеровности поверхности резонатора с размерами, много меньшими длины волны, не приводят к существенному изменению электродинамических характеристик резонатора. Поэтому в ходе исследований мы ограничились учётом 64 гармоник.

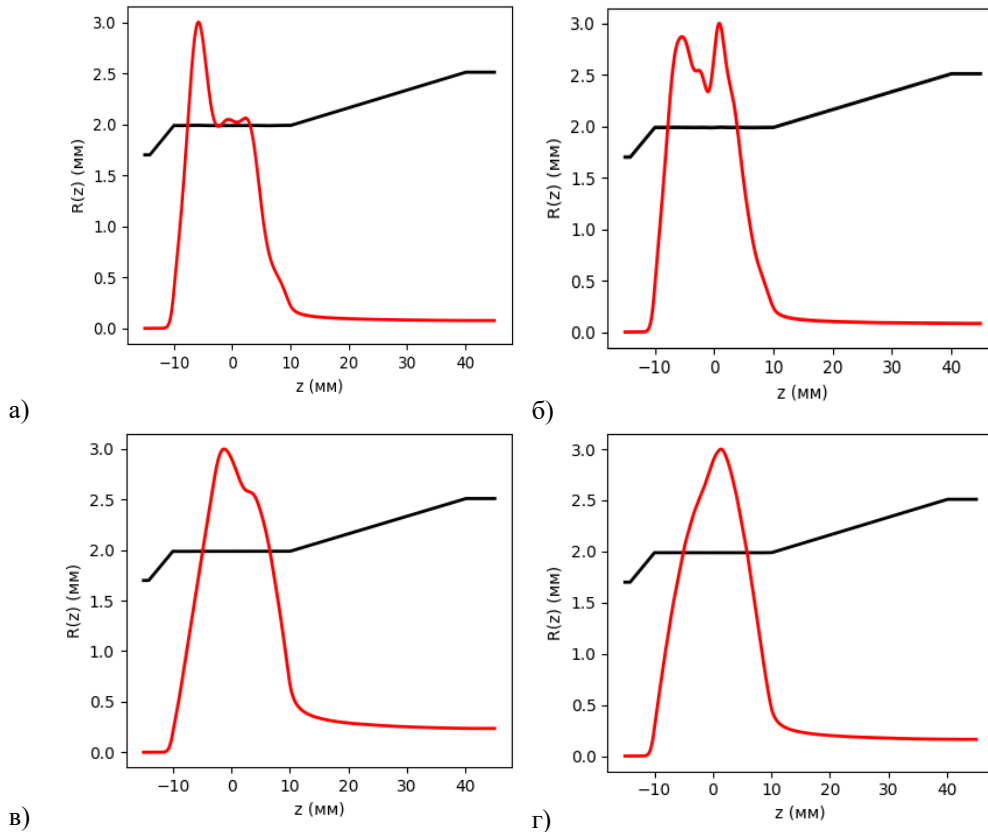
Исходя из анализа существующих технологий изготовления и обработки резонаторов и технических возможностей современных станков были выбраны следующие характерные размеры шероховатости: 1 мкм, 0.4 мкм, 0.2 мкм. При этом для каждого значения числа гармоник шероховатости  $N_n$  и размера шероховатости использовалось 10 случайных реализаций профиля для определения величины возможного разброса получившихся значений и критичности данного эффекта при изготовлении серии резонаторов для построения гиротронных комплексов.

### 3. Результаты расчетов дифракционной добротности и структуры поля

Для заданного случайного профиля шероховатости был осуществлен поиск собственной частоты, полной добротности и профиля ВЧ поля волны. Для этого решалось уравнение неоднородной струны с граничными условиями излучения на обоих концах (задача Штурма-Лиувилля на свободные колебания в резонаторе гиротрона) [5]. При решении учитывались омические потери в стенках резонатора. В

качестве примера был взят гиротрон с частотой 0,52 ТГц с рабочей модой  $TE_{6,5}$  [6].

При решении задачи Штурма-Лиувилля выбиралось решение с наименьшей частотой. Такое решение в случае гладкого профиля соответствует моде с одной продольной вариацией ВЧ-поля и наибольшей добротностью и обычно обладает максимальным КПД электронно-волнового взаимодействия при решении соответствующей задачи. Для нахождения начального приближения применялся метод перебора с большим шагом по частоте и добротности. Далее с целью уточнения решения использовался метод градиентного спуска. Для решения уравнения неоднородной струны использовался метод Рунге-Кутты 4-го порядка в модификации Нистрема. На рисунке 1 представлены результаты расчетов продольной структуры ВЧ поля.



**Рисунок 1.** Характерные профили ВЧ-поля для среднеквадратического отклонения в 1 мкм (а, б), 0.4 мкм (в) и 0.2 мкм (г). Красным – продольная структура ВЧ-поля, черным – профиль резонатора.

Как видно из рисунка, учёт небольших изменений профиля резонатора предложенным методом приводит к существенному изменению продольной структуры ВЧ-поля: происходит смещение положения точки с максимальным значением амплитуды по оси резонатора; появляется различное число ярко- или слабовыраженных продольных вариаций ВЧ-поля.

#### 4. Статистическая оценка влияния шероховатости на критичность работы гиротрона по отношению к качеству обработки профиля

Самыми важными выходными параметрами любого генератора являются выходная частота и мощность. Ниже в таблице 1 представлен максимальный разброс расчётной собственной частоты в зависимости от размера и числа гармоник шероховатости.

**Таблица 1.** Разница между максимальной и минимальной расчётными собственными частотами в зависимости от размера и числа гармоник шероховатости (ГГц)

| Число гармоник шероховатости | Размер шероховатости, мкм |            |            |
|------------------------------|---------------------------|------------|------------|
|                              | 0.2                       | 0.4        | 1          |
| 1                            | 0.01467558                | 0.00035729 | 0.40131013 |
| 2                            | 0.01045333                | 0.04795024 | 0.45451188 |
| 4                            | 0.00286229                | 0.03666361 | 0.34947344 |
| 8                            | 0.0041517                 | 0.03088268 | 0.11715535 |
| 16                           | 0.00177182                | 0.03088268 | 0.09419245 |
| 32                           | 0.00078568                | 0.0063369  | 0.03378942 |
| 64                           | 0.00021705                | 0.00247164 | 0.02525226 |

Из полученных данных видно, что максимальное относительное отклонение от частоты в случае идеально гладкого резонатора составляет величину менее 0.1%.

Далее необходимо оценить диапазон дифракционной добротности, в котором выходные характеристики дают приемлемый уровень выходного (волнового) КПД, который и пропорционален выходной мощности.

Нижняя граница диапазона возможной дифракционной добротности определяется стартовым режимом, то есть совокупностью параметров, при которой происходит электронно-волновое взаимодействие в резонаторе гиротрона с минимально возможным КПД. При этом граница стартового режима пропорциональна полной добротности резонатора. В разрабатываемой модели омическая добротность определяется один раз для регулярного профиля и остается неизменной, в случае если малой дифракционной добротности режим может выйти за границы стартового. Поэтому для нижней границы рассматриваемого диапазона приемлемых резонаторов выбрано число 5000 для полной добротности резонатора, что примерно в два раза меньше омической добротности и соответствует режиму, где омическая и дифракционная добротность близки.

Верхняя граница определяется фактором, что при большой дифракционной добротности (много больше омической), значение полной добротности становится близко к омической. В данном режиме ток электронного пучка заведомо больше стартового. Однако при увлечении дифракционной добротности при сохранении омической растет доля омических потерь и соответственно понижает выходной КПД, вплоть до того, что уровень выходной мощности становится настолько малым, что не соответствует потребностям потребителя и даже не определяется калориметром. Следовательно, в качестве верхней границы возможной дифракционной добротности была взята точка, соответствующая четырехкратному превышению дифракционной добротности над случаем гладкого профиля, что по оценкам для рассматриваемого гиротрона приводит к генерации мощности в десятки раз меньше номинальной.

В ходе исследования для выбранных параметров процент «хороших» профилей составлял 77% для отклонения в 1 микрон, такое же значение для отклонения в 0.4 микрона. 94% - процент «хороших» профилей для отклонения в 0.2 микрона. При этом при увеличении числа учтенных гармоник шероховатости число приемлемых профилей увеличивается.

Для того, чтобы оценить количество профилей с дифракционной добротностью близкой к дифракционной добротности при идеально гладкой регулярной части резонатора необходимо определить диапазон  $\pm 15\%$  от дифракционной добротности при идеально гладкой регулярной части резонатора, т.е. от 50000 до 70000. Следовательно, полученные проценты – 24%, 15%, 8% для размера шероховатости 0.2, 0.4, 1 микрона соответственно.

## 5. Заключение

В результате проведенного исследования была построена математическая модель для описания учета влияния шероховатости в регулярной части резонатора на электродинамические характеристики резонатора гиротрона. Расчеты были проведены для гиротрона с частотой 0,52 ТГц с рабочей модой  $TE_{6,5}$ .

С помощью полученных данных оценивался разброс выходной частоты в зависимости от размера и числа гармоник шероховатости, используемых для моделирования шероховатости, что соответствует ее продольному размеру. Был найден процент профилей, удовлетворяющий диапазону дифракционной добротности, в котором выходные характеристики дают приемлемый уровень выходного (волнового) КПД, в модели с постоянной омической добротностью, количество профилей, не удовлетворяющих диапазону по верхней или нижней границе диапазона, а также процент профилей с дифракционной добротностью близкой к дифракционной добротности при идеально гладкой регулярной части резонатора.

Из полученных оценок профилей можно сделать вывод о классе точности станков для изготовления резонаторов терагерцового диапазона – оптимальный размер шероховатости не должен превышать 0.4 мкм для минимизации влияния шероховатости на выходные характеристики.

**Исследование выполнено в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение научных исследований по теме № FFUF-2022-0007.**

### Список литературы

1. Братман В. Л., Литвак А. Г., Суворов Е. В. Освоение терагерцового диапазона: источники и приложения //Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181. – №. 8. – С. 867-874.
2. Mikhail G. High-Power Vacuum Electronic Devices from Microwave to THz Band: Way Forward //Electronics. – 2021. – Т. 10. – №. 19. – С. 2436.
3. Glyavin M. Y. et al. High-power terahertz sources for spectroscopy and material diagnostics //Physics-Uspekhi. – 2016. – Т. 59. – №. 6. – С. 595.
4. Zuev A. S. et al. Analysis of the possibilities to control diffraction quality factors of the cavities of subterahertz gyrotrons //IEEE Transactions on Plasma Science. – 2020. – Т. 48. – №. 11. – С. 4037-4040.
5. Цимринг Ш. Е. Введение в высокочастотную вакуумную электронику и физику электронных пучков. – 2012.
6. Glyavin M. Y. et al. A 250-Watts, 0.5-THz continuous-wave second-harmonic gyrotron //IEEE Electron Device Letters. – 2021. – Т. 42. – №. 11. – С. 1666-1669.