

# Символьный анализ и расчет входного каскада СВЧ трансимпедансного усилителя по схеме КМОП-инвертора с обратной связью

А.С. Коряковцев, Л.И. Бабак, А.А. Коколов

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

**Аннотация:** Выполнен символьный анализ входного каскада интегрального СВЧ трансимпедансного усилителя (ТИУ) по схеме КМОП-инвертора с отрицательной обратной связью (ОС). Получена аналитическая зависимость коэффициента усиления от элементов цепи ОС и параметров транзисторов. Выведены формулы для расчета резистора ОС по заданному усилению и корректирующей индуктивности для получения максимально плоской частотой характеристики. Представлен пример расчета ТИУ с полосой пропускания 18,4 ГГц, исследована его устойчивость методом корневого годографа при вариации значений элементов цепи ОС.

**Ключевые слова:** интегральная схема, трансимпедансный усилитель, КМОП-инвертор, обратная связь, символьный анализ, расчет.

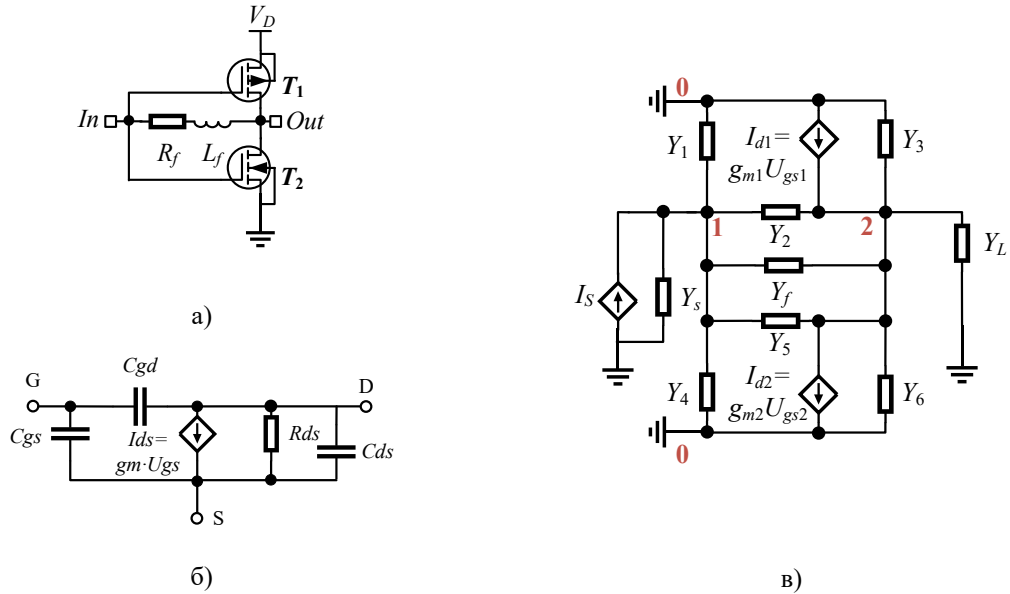
## 1. Введение

Трансимпедансные усилители (ТИУ) являются одним из наиболее важных блоков оптических приемников, определяющих полосу пропускания и чувствительность. В литературе описаны различные схемы интегральных СВЧ ТИУ на базе КМОП-технологий, в том числе с использованием отрицательных обратных связей (ОС) [1-5]. Представлены также методы повышения широкополосности КМОП ТИУ, основанные на применении высокочастотной коррекции при помощи катушек индуктивности [1, 2]. Подобные методы коррекции позволяют значительно расширить полосу пропускания и тем самым увеличить площадь усиления, но при этом могут ухудшить устойчивость и повысить неравномерность группового времени задержки (ГВЗ). Обычно выбор величин корректирующих индуктивностей выполняется эмпирическим способом, на основе результатов многократного моделирования в САПР либо с помощью очень упрощенных выражений, позволяющих подобрать начальное значение элементов для дальнейшей параметрической оптимизации [1-3]. Однако, как правило, в литературе не представлены аналитические выражения, которые позволяли бы с достаточной точностью произвести расчет значений элементов различных схем ТИУ в СВЧ диапазоне.

Целью данной работы является анализ и расчет распространенной схемы входного каскада СВЧ ТИУ на основе КМОП-инвертора с ОС [1-3, 5]. С использованием метода компьютерного символьного анализа выполнено исследование сигнальных характеристик ТИУ. Выведены формулы, позволяющие рассчитать значения элементов цепи ОС (в том числе корректирующей индуктивности) для обеспечения нужной величины коэффициента трансимпедансного усиления и расширения полосы пропускания при плоской амплитудно-частотной характеристике (АЧХ). При помощи метода корневого годографа исследовано влияние элементов цепи ОС на устойчивость входного каскада ТИУ.

## 2. Символьный анализ входного каскада ТИУ на основе схемы КМОП-инвертора с ОС

Рассматриваемый входной каскад СВЧ ТИУ [1-3, 5] состоит из двух транзисторов с комплементарной проводимостью (nМОП и pМОП), охваченных цепью отрицательной ОС  $R_f, L_f$  (рисунок 1а). Интегральные МОП-транзисторы при анализе описываются упрощенной эквивалентной схемой (ЭС), которая обеспечивает достаточную точность до частот порядка 20-30 ГГц (рисунок 1б).



**Рисунок 1.** Принципиальная схема входного каскада СВЧ ТИУ на основе КМОП-инвертора с ОС (а), ЭС интегрального МОП-транзистора (б) и схема замещения ТИУ для анализа (в)

На рисунке 1в изображена схема замещения входного каскада ТИУ для анализа сигнальных характеристик. Для упрощения вывода формул пассивные элементы схемы представлены в виде двухполюсников, описываемых проводимостями. Здесь  $Y_S = 1/Z_S = G_S + jB_S$  и  $Y_L = 1/Z_L = G_L + jB_L$  – соответственно проводимости источника сигнала и нагрузки;  $Y_f = 1/(R_f + j\omega L_f)$  – проводимость цепи ОС; проводимости  $Y_1$ - $Y_6$  отвечают элементам эквивалентной схемы (ЭС) транзисторов:  $Y_1 = j\omega C_{gs1}$ ;  $Y_2 = j\omega C_{gd1}$ ;  $Y_3 = G_{ds1} + j\omega C_{ds1}$ ;  $Y_4 = j\omega C_{gs2}$ ;  $Y_5 = j\omega C_{gd2}$ ;  $Y_6 = G_{ds2} + j\omega C_{ds2}$ ; при этом для p-канального транзистора  $T_1$  элементы ЭС обозначаются нижним индексом "1", а для n-канального транзистора  $T_2$  – нижним индексом "2"; проводимость нагрузки.

Символьный анализ входного каскада ТИУ проведем на основе метода узловых потенциалов. Все математические операции при получении представленных ниже аналитических формул выполнены с помощью пакета компьютерной алгебры в программе Mathcad. В соответствии с [6] сформируем матрицу узловых проводимостей схемы на рисунке 1в:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_S + Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_f & -(Y_2 + Y_5 + Y_f) \\ -(Y_2 + Y_5 + Y_f) + (g_{m1} + g_{m2}) & Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_6 + Y_L + Y_f \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Комплексный коэффициент трансимпедансного усиления (трансимпеданс) ТИУ  $Z_T$  может быть выражен через определитель  $\Delta$  и алгебраическое дополнение  $\Delta_{12}$  матрицы (1) [11]:

$$Z_T = \frac{U_2}{I_1} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} = \frac{-Y_f' + g_m}{(Y_f')^2 - Y_f' g_m - (Y_S + Y_1 + Y_4 + Y_f')(Y_3 + Y_6 + Y_f' + Y_L)}, \quad (2)$$

где  $g_m = g_{m1} + g_{m2}$  – суммарная крутизна обоих транзисторов;  $Y_f' = Y_2 + Y_5 + Y_f = j\omega C_{gd1} + j\omega C_{gd2} + Y_f$  – результирующая проводимость двухполюсника ОС с учетом внутренних обратных связей обоих приборов. Раскрыв выражения для проводимостей в (2), после упрощений получим трансимпеданс ТИУ на рисунке 1в в виде передаточной функции  $Z_T(p)$  переменной  $p=j\omega$ :

$$Z_T(p) = \frac{a_0 + a_1 p}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{где } a_0 &= R_f g_m - 1; \quad a_1 = L_f g_m - R_f C_{gd}; \quad b_0 = G_L + G_{ds} + g_m; \\ b_1 &= R_f [q_1 + G_{ds}(C_{gs} + C_{gd})] + C_{gs} + C_{ds}; \quad b_2 = L_f q_1 + R_f q_2; \quad b_3 = L_f q_2; \end{aligned} \quad (4)$$

$$q_1 = C_{gd} G_L + C_{gs} G_L + C_{gd} g_m; \quad q_2 = C_{gd} C_{ds} + C_{gd} C_{gs} + C_{ds} C_{gs}.$$

При этом в (4) приняты следующие обозначения:  $G_{ds} = G_{ds1} + G_{ds2}$ ,  $C_{gs} = C_{gs1} + C_{gs2}$ ,  $C_{gd} = C_{gd1} + C_{gd2}$ ,  $C_{ds} = C_{ds1} + C_{ds2}$ . Из (3), (4) можно получить значение трансимпедансного усиления  $Z_{T0}$  на постоянном токе:

$$Z_{T0} = \frac{a_0}{b_0} = \frac{R_f g_m - 1}{G_L + G_{ds} + g_m}. \quad (5)$$

Соотношение (5) позволяет рассчитать величину резистора ОС  $R_f$  по заданному трансимпедансу  $Z_{T0}$  ТИУ:

$$R_f = \frac{Z_{T0}(G_L + G_{ds} + g_m) + 1}{g_m}. \quad (6)$$

Рассчитаем теперь значение корректирующей индуктивности  $L_f$ , обеспечивающее расширение полосы пропускания ТИУ при максимально плоской форме АЧХ трансимпеданса  $|Z_T(j\omega)|$ . Для этого сначала, следуя методике Г.В. Брауде [7, 8], определим квадрат модуля функции  $Z_T(j\omega)$ :

$$|Z_T(j\omega)|^2 = Z_T(j\omega)Z_T(-j\omega) = Z_{T0}^2 \frac{1 + A_1 \omega^2}{1 + B_1 \omega^2 + B_2 \omega^4 + B_3 \omega^6}, \quad (7)$$

$$\text{где } A_1 = a_1^2 / a_0^2; \quad B_1 = (b_1^2 - 2b_0 b_2) / b_0^2; \quad B_2 = (b_2^2 - 2b_1 b_3) / b_0^2; \quad B_3 = b_3^2 / b_0^2.$$

Согласно критерию Г.В. Брауде, в случае сверхширокополосных усилителей с большим перекрытием по частоте, к которым относятся ТИУ, максимально плоская частотная характеристика трансимпеданса достигается при равенстве соответствующих коэффициентов числителя и знаменателя дробно-рациональной функции  $|Z_T(j\omega)|^2$  в (7), т.е.  $A_k = B_k$ ,  $k=1, 2, \dots, K$  [7, 8]. Так как коэффициенты  $A_k$  и  $B_k$  являются функциями элементов схемы, полученная путем приравнивания коэффициентов система  $K$  уравнений позволяет найти значения  $K$  элементов, соответствующие нужной форме АЧХ.

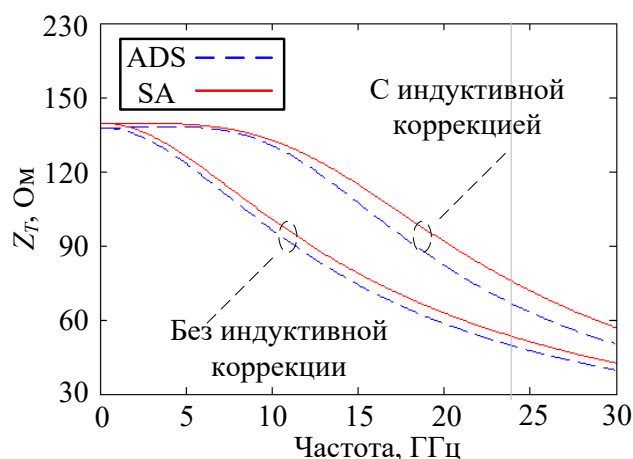
В нашем случае при известном  $R_f$  искомая индуктивность  $L_f$  является единственным варьируемым элементом схемы, поэтому используем единственное уравнение:  $A_1 = B_1$ , или

$$\frac{a_1^2}{a_0^2} = \frac{(b_1^2 - 2b_0b_2)}{b_0^2} \quad (8)$$

Учитывая (4), из (8) получаем квадратное уравнение относительно  $L_f$ . Его решение приводит к следующей формуле для расчета оптимальной величины корректирующей индуктивности, обеспечивающей максимально плоскую АЧХ ТИУ:

$$L_f = (1/b_0g_m^2)[a_0\sqrt{a_0^2q_1^2 + b_1^2g_m^2 - 2R_fg_mb_0(C_{gd}q_1 + g_mq_2)} + R_fg_mC_{gd}b_0 - a_0^2q_1] \quad (9)$$

Проиллюстрируем предлагаемую методику примером расчета входного каскада интегрального ТИУ (рисунок 1а) на основе 90 нм КМОП технологии. Значения элементов ЭС МОП-транзисторов с шириной затвора  $W_g=70$  мкм были предварительно найдены по измеренным S-параметрам с помощью методики [9]. По формуле (6) определено значение резистора ОС  $R_f$ , соответствующее коэффициенту трансимпедансного усиления  $|Z_{T0}|=140$  Ом. Далее по формуле (9) рассчитана величина индуктивности  $L_f$  в цепи ОС. На рисунке 2 представлены графики АЧХ трансимпеданса  $|Z_T|$  входного каскада ТИУ при найденном значении  $R_f=200$  Ом для случаев оптимальной индуктивной коррекции ( $L_f=1,376$  нГн) и без нее ( $L_f=0$ ). При этом расчет АЧХ выполнен двумя способами - с использованием приближенного аналитического выражения (3) и простых моделей КМОП-транзисторов (рисунок 1б), а также в САПР ADS на основе более точных нелинейных моделей приборов из библиотеки для применяемой КМОП-технологии. Результаты обоих расчетов близко совпадают вплоть до частоты 30 ГГц, что свидетельствует о достаточной точности выведенной формулы (3). При этом видно, что использование индуктивной коррекции в цепи ОС позволяет расширить полосу пропускания входного каскада с 10,3 ГГц до 18,4 ГГц и действительно обеспечивает плоскую частотную характеристику трансимпеданса.



**Рисунок 2.** График зависимости  $Z_T$  от частоты (штриховая линия - моделирование на нелинейных моделях в ADS, сплошная - символьный расчёт(SA))

### 3. Исследование влияния элементов ОС на устойчивость входного каскада ТИУ

Как уже упоминалось, индуктивная коррекция может вызвать проблемы с устойчивостью усилительного каскада. Аналитическое представление коэффициента трансимпедансного усиления (формула (3)) позволяет достаточно просто выполнить анализ устойчивости входного каскада ТИУ с помощью метода корневых годографов [10]. Метод состоит в построении траекторий перемещения корней знаменателя функции  $Z_T(p)$  на комплексной плоскости при изменении одного или нескольких

параметров элементов усилителя. Если траектории всех корней (корневые годографы) находятся в левой полуплоскости и не пересекают мнимую ось, схема является устойчивой.

Рассчитанные корневые годографы при изменении сопротивления ОС  $R_f$  в интервале от 50 Ом до 500 Ом и корректирующей индуктивности  $L_f$  в интервале от 0 нГн до 2 нГн показаны соответственно на рисунках 3а и 3б. Для большей наглядности значения корней  $p_i$  ( $i=1,2,3$ ) нормированы относительно частоты  $\omega_0=2\pi\cdot 30$  ГГц.

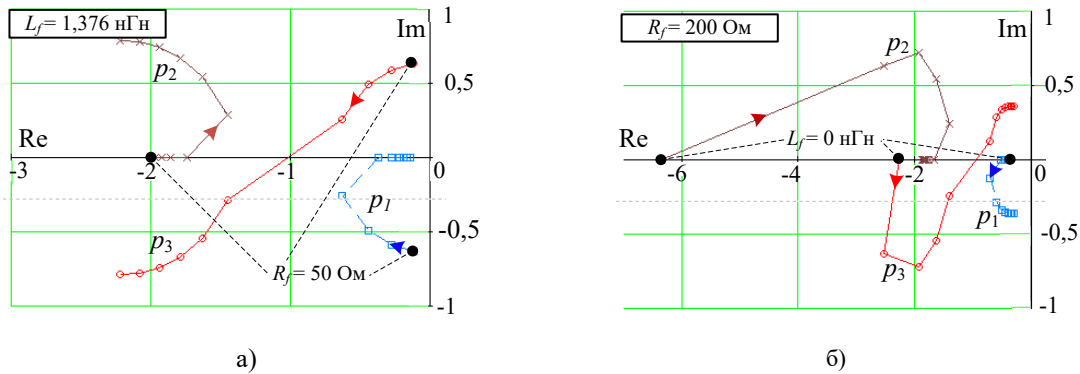


Рисунок 3. Корневые годографы: а) при изменении  $R_f=50\dots 500$  Ом,  $L_f=1,376$  нГн; б) при изменении  $L_f=0\dots 2$  нГн,  $R_f=200$  Ом

Так как корневые годографы полностью располагаются в левой полуплоскости, в указанных диапазонах изменения  $R_f$  и  $L_f$  ТИУ сохраняет устойчивость.

#### 4. Заключение

На основе метода узловых потенциалов выполнен символьный анализ входного каскада СВЧ ТИУ по схеме КМОП-инвертора с ОС. Получено упрощенное аналитическое выражение, определяющее зависимость комплексного коэффициента трансимпедансного усиления от элементов цепи ОС и параметров транзисторов. Выведены формулы, позволяющие рассчитать значение резистора ОС  $R_f$  по заданному усилению и оптимальное значение корректирующей индуктивности  $L_f$  для получения максимально плоской АЧХ. Дополнительно исследована устойчивость ТИУ методом корневого годографа при вариации значений элементов цепи ОС; показано что в диапазонах изменений  $R_f$  от 50 Ом до 500 Ом и  $L_f$  от 0 нГн до 2 нГн входной каскад ТИУ является устойчивым.

Символьный анализ был выполнен в рамках государственного задания при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (уникальный идентификатор FEWM-2022-0046). Моделирование и анализ устойчивости было выполнено в рамках государственного задания при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (уникальный идентификатор FEWM-2022-0006).

#### Список литературы

1. Razavi B. Design of Integrated Circuits for Optical Communications 2nd Edition. – Wiley: 2nd edition, 2012. – 444 p.
2. Voinigescu S. High-frequency Integrated Circuits. – New York, Cambridge University Press, 2013. – 902 p.
3. Kashani M. H. et al. A Low-Noise High-Gain Broadband Transformer-Based Inverter-Based Transimpedance Amplifier // IEEE Open Journal of Circuits and Systems. – 2022. – Vol. 3. – P. 72-81.

4. Sekhar S. et al. Bandwidth Extension Techniques for CMOS Amplifiers // IEEE Journal of Solid-State Circuits. – 2006. – Vol. 41. – No. 11. – P. 2424-2439.
5. Bae W. CMOS Inverter as Analog Circuit: An Overview // Journal of Low Power Electronics and Applications. – 2019. – Vol. 3. – No. 3. – P. 1-15.
6. Сигорский В.П. Матрицы и графы в электронике. – М.: Энергия, 1986. – 178 с.
7. Брауде Г.В. Коррекция телевизионных и импульсных сигналов. – М.: Связь, 1967. – 249 с.
8. Лурье О. Усилители видеочастоты. – М.: Советское радио, 1961. – 676 с.
9. Коколов А.А. Методика построения малосигнальной модели СВЧ-транзистора с высокой подвижностью электронов / А.А. Коколов, Л.И. Бабак // Доклады ТУСУР. – 2010. – № 2. – С. 153–156.
10. Горовиц А.М. Синтез систем с обратной связью. – М.: Советское радио, 1970. – 603 с.