

Определение спектра гармоник в распределении магнитного поля ячейки МПФС с полюсными наконечниками и кольцевой вставкой

С.П. Морев, Ю.Ю. Филин

АО «НПП «Исток» им. Шокина»

Аннотация: В приближении магнитоэлектростатического потенциала представлено решение задачи о нахождении аналитических выражения для спектра гармоник в распределении индукции магнитного поля в ячейках магнитной системы с магнитомягкой вставкой, внутренний диаметр отверстия в которой существенно больше внутреннего диаметра отверстия в полюсных наконечниках. Обсуждается возможность построения конструкции МПФС с требуемым спектром гармоник в распределении магнитного поля.

Ключевые слова: электронно-оптическая система (ЭОС); магнитная периодическая фокусирующая система (МПФС); фокусировка электронного пучка в магнитном поле.

1. Введение

Мощные вакуумные многолучевые приборы СВЧ уже давно и прочно занимают широкую нишу источников СВЧ сигнала в различных устройствах. Для транспортировки электронных потоков применяются магнитные фокусирующие системы различного типа, в частности, магнитные периодические фокусирующие системы (МПФС) со сложной структурой распределения магнитного поля и большим периодом. Однако МПФС обладает одним неприятным свойством - при определенных сочетаниях ускоряющего напряжения, амплитуды магнитного поля и периода системы электронный поток по мере продвижения в пролетном канале практически полностью оседает на замедляющую систему за счет так называемого параметрического резонанса. Параметрический резонанс в МПФС связан с параметром магнитного поля, величина которого при фокусировке синусоидальным магнитным полем не должна превосходить 0,4. Попытки увеличения параметра магнитного поля привели к созданию МПФС со значимой величиной третьей пространственной гармоникой в структуре фокусирующего магнитного поля.

Конструкции МПФС с требуемым спектром гармоник в распределении магнитного поля, зачастую находятся в результате трудоемкого перебора (экспериментального или расчетного) геометрических размеров магнитов и наконечников.

В представленной работе предложено аналитическое решение задачи о нахождении знакопеременного распределения магнитного поля с магнитомягкой вставкой, внутренний диаметр отверстия в которой существенно больше диаметра отверстий в наконечниках.

2. Постановка задачи

Одной из широко применяемых конструкций МПФС в ЛБВ является конструкция, в которой вакуумная область для расположения в ней замедляющей системы и транспортировки электронного потока образована спаянными чередующимися стальными полюсными наконечниками и немагнитными втулками с равными диаметрами отверстий в них (рис. 1а). Между полюсными наконечниками располагают кольцевые магниты с чередующимся направлением намагниченности.

Аналитическое решение задачи о распределении магнитного поля в ячейке такой МПФС может быть найдено с помощью метода Чена [1]. Для МПФС с третьей гармоникой между полюсными наконечниками располагают стальную вставку (рис. 1б). Такая система обеспечивает распределение магнитного поля вдоль оси системы

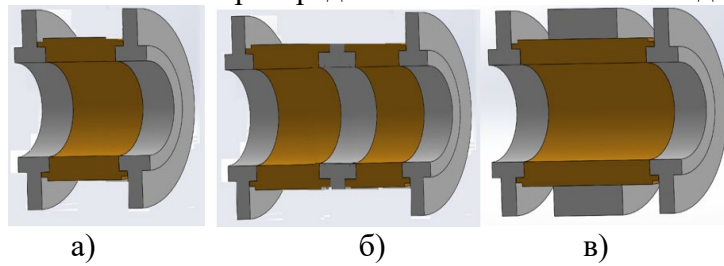


Рисунок 1. Ячейка МПФС с одинаковыми (а,б) и разными (в) диаметрами отверстий полюсных наконечников и магнитомягкой вставки 1 –полюсные наконечники, 2 – магнитомягкая вставка

со значимой величиной третьей гармоники магнитного поля (рис.1б). Решение задачи о распределении магнитного поля вдоль оси бесконечной МПФС в области, не содержащей магнитов (то есть ограниченной внутренним диаметром одинаковых отверстий в магнитопроводах), тоже может быть получено с помощью [1] и сводится к решению уравнения Лапласа для магнитоэстатического потенциала, распределение которого на границе области считается известным и задается в виде ломаной линии (рис. 2а).

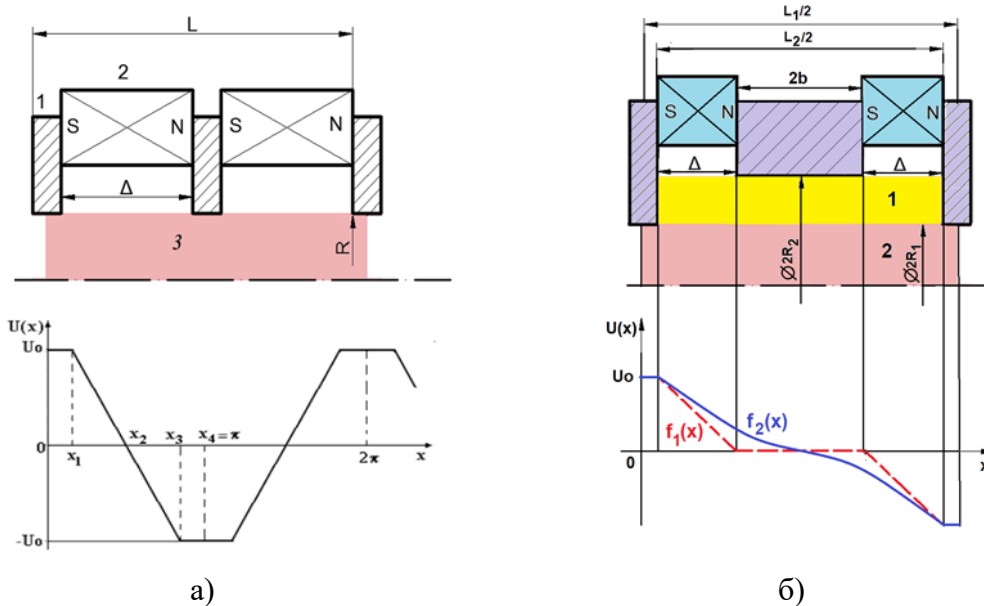


Рисунок 2. Ячейка МПФС с одинаковыми (а) и разными (б) диаметрами отверстий полюсных наконечников и магнитомягкой вставки и распределение магнитного потенциала $U(x)$ на границе области (б): 1 – магниты, 2 – полюсные наконечники, 3 – магнитомягкая вставка $x_1 = \pi/2 - \alpha - \beta$, $x_2 = \pi/2 - \beta$, $x_3 = \pi/2 + \beta$, $x_4 = \pi/2 + \alpha + \beta$, $x_5 = \pi$. $f_2(x)$ – граничное условие при $r=R_2$, $f_1(x)$ – граничное условие при $r=R_1$

Производные от потенциала в продольном и поперечном направлении дают соответствующие компоненты индукции магнитного поля [2,3].

Однако, количество паяк при изготовлении такой МПФС увеличивается в два раза и, соответственно, возможность увеличивается появления течи. Этот недостаток может быть устранен при расположении между полюсными наконечниками стальной вставки, диаметр отверстия в которой больше внутреннего диаметра полюсных наконечников.

Однако, корректное решение задачи о распределении спектра гармоник в такой МПФС, с помощью метода Чена невозможно, вследствие неизвестного поведения функции для граничного условия при $r=R_1$. Для решения задачи о распределении магнитного поля для ячейки МПФС в этом случае необходимо найти распределение потенциала в кольцевой области 1 с последующим «сшиванием» потенциалов и их нормальных производных на внутренней границе кольцевой вставки и на границе цилиндрической области 2 при $r=R_1$, после чего распределение магнитного поля в цилиндрической области становится возможным найти стандартным образом в соответствии с методом Чена.

3. Нахождение распределения потенциала в ячейке МПФС с кольцевой вставкой

Для нахождения распределения магнитостатического потенциала в ячейке МПФС (рис.3) необходимо решить уравнение Лапласа в кольцевой области 1 с граничными условиями

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

$$U(r, z) = U(r, z + L_2), \quad (1.1)$$

при $r = R_2$, $U(R_2, z) = U_{\text{зад}}(z)$, $U_{\text{зад}}(z)$ - заданная функция на внутреннем радиусе кольцевой вставки.

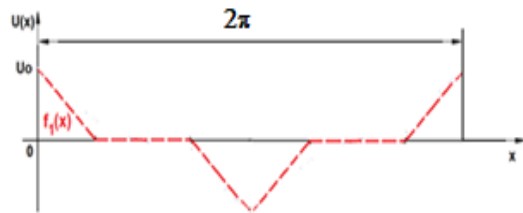


Рисунок 3. Распределение магнитостатического потенциала $U(x)$ на верхней границе кольцевой области 1 (функция $f_1(x)$ построена до полного периода L_2): $x_1 = \alpha_2$, $x_2 = \alpha_2 + 2\beta_2$, $x_3 = 2\alpha_2 + 2\beta_2 = \pi$. $f_1(x)$ – граничное условие при $r=R_2$, $\alpha_2 = 2\pi a/L_2$, $\beta_2 = 2\pi b/L_2$

Вид функции решения $U(r, z) = R(r)Z(z)$. Общий вид решения в области 1 кольцевой вставки

$$U(r, z) = \sum_k (A_k \cos kz + B_k \sin kz) [C_k I_0(kr) + D_k K_0(kr)] \quad (2)$$

Если $f_1(z)$ четная функция, $B_k = 0$,

$$A_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f_1(z) \cos(kz) dz, \quad (3)$$

Переменная z связана с координатой x соотношением $z = 2\pi x/L_2$, $r = y/R$
Граничное условие при $r=R_2$

$$f_1(z) = \begin{cases} U_0 \left(1 - \frac{z}{\alpha_2} \right), & 0 < z < \alpha_2 \\ 0, & \alpha_2 < z < \pi - \alpha_2 \\ -U_0 \left(\frac{z - (\pi - \alpha_2)}{\alpha_2} \right), & \pi - \alpha_2 < z < \pi \end{cases} \quad (4)$$

Тогда

$$A_k = \frac{16U_0(b + \Delta)}{\Delta k^2 \pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi k}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi k \Delta}{4(b + \Delta)}\right) \quad (5)$$

Решение уравнения Лапласа для кольцевой области 1 с учетом заданного распределения скалярного магнитного потенциала на внешней границе области

$$U(y, x) = \sum_k A_k \cos(\gamma_2 k x) \frac{C_k I_0(\gamma_2 k y) + D_k K_0(\gamma_2 k y)}{C_k I_0(\gamma_2 k R_2) + D_k K_0(\gamma_2 k R_2)} \quad (6)$$

Здесь $\gamma_2 = 2\pi/L_2$.

При $y=R_1$

$$U(R_1, x) = \sum_k A_k \cos(\gamma_2 k x) \frac{C_k I_0(\gamma_2 k R_1) + D_k K_0(\gamma_2 k R_1)}{C_k I_0(\gamma_2 k R_2) + D_k K_0(\gamma_2 k R_2)} = \sum_k \tilde{A}_k \cos(\gamma_2 k x) \quad (6a)$$

где

$$\tilde{A}_k = A_k \frac{C_k I_0(\gamma_2 k R_1) + D_k K_0(\gamma_2 k R_1)}{C_k I_0(\gamma_2 k R_2) + D_k K_0(\gamma_2 k R_2)}$$

После приравнивания значений функций и их производных на границе областей при $y=R_1$ для всех x получается система уравнений для определения C_k, D_k

$$\begin{cases} C_k I_0(\gamma_2 k R_2) + D_k K_0(\gamma_2 k R_2) = 1 \\ C_k I_0(\gamma_2 k R_1) + D_k K_0(\gamma_2 k R_1) = C_1 I_0(\gamma_1 k R_1) \\ C_k I_1(\gamma_1 k R_1) - D_k K_1(\gamma_1 k R_1) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} C_1 I_1(\gamma_1 k R_1) \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $\gamma_2 = 2\pi/L_2$, $\gamma_1 = 2\pi/L_1$. Из системы (7) можно получить, что

$$C_k = \frac{T_k}{K_0(\gamma_2 k R_2) + T_k I_0(\gamma_2 k R_2)}, \quad (8)$$

$$D_k = \frac{1}{K_0(\gamma_2 k R_2) + T_k I_0(\gamma_2 k R_2)}, \quad (9)$$

где

$$T_k = \frac{\gamma_2 K_1(\gamma_1 k R_1) I_0(\gamma_1 k R_1) + \gamma_1 I_1(\gamma_1 k R_1) K_0(\gamma_2 k R_1)}{\gamma_2 I_1(\gamma_2 k R_1) I_0(\gamma_1 k R_1) - \gamma_1 I_0(\gamma_2 k R_1) I_0(\gamma_1 k R_1)}. \quad (9a)$$

Общий вид решения в цилиндрической области вставки 2

$$U(r, x) = \sum_n A_n^* \cos(\gamma_1 n x) \frac{I_0(\gamma_1 n R)}{I_0(\gamma_1 n R_1)} \quad (10)$$

Коэффициент B_n отсутствует, так как распределение потенциала является четной функцией, а коэффициенты $D_{1n}=0$, иначе на оси системы будет особенность.

Распределение потенциала в цилиндрической области в соответствии с рис. 16 имеет вид

$$f_1(z) = \begin{cases} U_0, & 0 < x < \delta_1 \\ U(R_1, z) & \delta_1 < x < \pi - \delta_1 \\ -U_0, & \pi - \delta_1 < x < \pi \end{cases} \quad (11)$$

где $U(R_1, x)$ определяется из (6а) с учетом сдвига на δ_1 .

Граничные условия для уравнения Лапласа в цилиндрической области

$$U(r, x) = U(r, x + 2\pi), \text{ при } r = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \text{ при } r = r_1, \quad U(r, x) = U(R_1, x)$$

Коэффициенты A_n^* в разложении в ряд Фурье определяются соотношением

$$A_n^* = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f_1(x) \cos(nx) dx \quad (12)$$

и равны

$$A_n^* = \frac{4U_0}{\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} \cos \frac{2\pi(b + \Delta)}{L_1} + \frac{4}{L_1} \sum_k A_k \sin \frac{\pi n}{2} \sin \frac{2\pi(b + \Delta)}{L_2} \times \\ \times \left\langle \frac{\sin[(\gamma_2 k - \gamma_1 n)(b + \Delta)]}{(\gamma_2 k - \gamma_1 n)} - \frac{\sin[(\gamma_2 k + \gamma_1 n)(b + \Delta)]}{(\gamma_2 k + \gamma_1 n)} \right\rangle$$

Тогда, дифференцируя (10), по z получим продольную компоненту индукции магнитного поля $B_z(r, z)$, а дифференцируя (10) по r , получим радиальную компоненту индукции магнитного поля $B_r(r, z)$. Типичное распределение продольной компоненты индукции магнитного поля на оси МПФС представлено на рис.4.

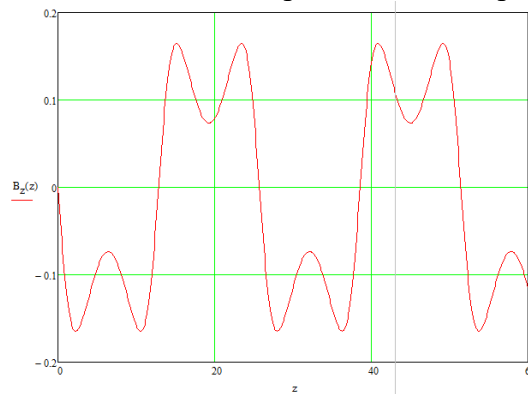


Рисунок 4. Распределение магнитного поля на оси МПФС

Список литературы:

1. Chang K K. N. "Optimum Design of Periodic Magnet Structures for Electron Beam Focusing" // RCA Rev., Vol. 6, N. 1, 1955. с. 65-81.
2. Кобец Е.Н., Левченко С.И. Магнитные периодические фокусирующие системы с большой амплитудой высших гармоник в распределении магнитной индукции // Электронная техника. Серия 7. Ферритовая техника, 1971, Вып.3, С.58.
3. Дармаев А. Н., Морев С. П. Приближенный расчет распределения поля в МПФС с магнитомягкими вставками и неодинаковой намагниченностью магнитов // Материалы науч.-техн. конф «Электроника и вакуумная техника: Приборы и устройства. Технология. Материалы» - Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2007, с. 22-27.