

# Коэффициенты Френеля и потери гауссова пучка при рассеянии на плоскопараллельной пластине нелегированного арсенида галлия

М.Л. Кулыгин, И.А. Литовский, Е. Д. Господчиков

Институт прикладной физики РАН

**Аннотация:** исследуется задача наклонного падения гауссова пучка с заданной апертурой и поляризацией на расположенную в вакууме плоскопараллельную пластину бесконечно широкого нелегированного арсенида галлия. Демонстрируются возможности разработанной теории в квадратурах по вычислению разницы между гауссовым пучком и плоской волной в коэффициентах Френеля и джоулевых потерях.

**Ключевые слова:** разница между гауссовым пучком и плоской волной, арсенид галлия, коэффициенты Френеля, джоулевы потери, квадратуры, численный метод.

## 1. Введение

Распространение гауссовых пучков электромагнитных волн в различных материальных средах традиционно принято оценивать методом геометрической оптики по основной плоской волне, соответствующей максимуму спектрального состава гауссова пучка. При этом, эффектами распространения остальных спектральных компонент просто пренебрегают. Такой подход может быть оправдан малостью оптического пути, низкой оптической плотностью материальных сред, параксиальным приближением, широкой апертурой пучка, отсутствием потерь. В реальных задачах подобная система условий, требующая одновременного выполнения множества строгих ограничений, может быть нарушена, и разница между гауссовым пучком и плоской волной может оказаться значительной.

В ряде известных работ [1, 2] выполнены исследования эффектов распространения всех компонент гауссова пучка, однако, диссипация по-прежнему считается пренебрежимо малой. В работе [3] получены строгие выражения в квадратурах для коэффициентов Френеля (отражения и прохождения) через плоскопараллельную пластину диэлектрика с произвольной комплексной диэлектрической проницаемостью, позволяющие учитывать в том числе и джоулевы потери в среде. Типичным примером такой оптически плотной среды является арсенид галлия – полупроводник, обладающий высокой диэлектрической проницаемостью:

$$\operatorname{Re} \varepsilon = 12.900. \quad (1)$$

Актуальность рассмотрения арсенида галлия обусловлена перспективами его использования в качестве активного элемента переключателей и компрессоров электромагнитных волн субтерагерцового диапазона частот [4-8]. Арсенид галлия, даже нелегированный, при комнатной температуре обладает заметным тангенсом потерь:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{Im} \varepsilon}{\operatorname{Re} \varepsilon} = 3.1500 \cdot 10^{-4} \quad (2)$$

Целью настоящего исследования является демонстрация разработанного метода [3] при учёте разницы энергетических коэффициентов Френеля – прохождения, отражения и джоулевых потерь между гауссовым пучком и соответствующей ему

плоской волной. Для определённости рассмотрим задачу о наклонном падении гауссова пучка s-поляризации (TE, электрическое поле перпендикулярно плоскости падения) на плоскопараллельную пластину, см. [3]. Зададим угол падения  $\psi_0 = 45^\circ$ , апертуру гауссова пучка 13 мм и частоту 170 ГГц.

## 2. Коэффициенты Френеля для плоской волны и гауссова пучка

Согласно [3], выражение для угла преломления плоской волны в среде:

$$\psi = \arctg \left[ \frac{\sqrt{2} \sin \psi_0}{\operatorname{tg} \delta} \sqrt{-\cos^2 \psi_0 + \sqrt{\cos^4 \psi_0 + \operatorname{tg}^2 \delta}} \right] \cong 11.354^\circ \quad (3)$$

Декремент затухания определяется выражением:

$$\gamma = \frac{k\mu\varepsilon'' \sin \psi}{2 \sin \varphi \cos \psi} \cong 2.0560 \text{ м}^{-1} \quad (4)$$

Элементарный расчёт по формулам из [3] позволяет получить один из первых минимумов отражения для плоской волны при толщине пластины GaAs:  $a = 0.50079$  мм. При этом коэффициенты отражения по полю и по мощности для основной плоской волны:

$$R_\Sigma = -2.4535 \cdot 10^{-3}, \quad |R_\Sigma| = 2.4535 \cdot 10^{-3}, \quad |R_\Sigma|^2 = 6.0198 \cdot 10^{-6} \quad (5)$$

Численный расчёт квадратур из [3] позволяет получить коэффициенты отражения по мощности для гауссова пучка:

$$|R_{EG}| = 1.7569 \cdot 10^{-4}. \quad (6)$$

Аналогично, коэффициенты прохождения для плоской волны:

$$T_\Sigma = 0.30339 - 0.95007 \cdot i, \quad |T_\Sigma| = 0.99734, \quad |T_\Sigma|^2 = 0.99469. \quad (7)$$

Коэффициент прохождения по мощности для гауссова пучка:

$$|T_{EG}| = 0.99451. \quad (8)$$

Коэффициент поглощения мощности (джоулевых потерь) плоской волны определяется как разность между единичной нормировкой и расходом мощности на отражение с прохождением:

$$W_\gamma = 1 - |R_\Sigma|^2 - |T_\Sigma|^2 = 5.3074 \cdot 10^{-3}, \quad (9)$$

гауссова пучка:

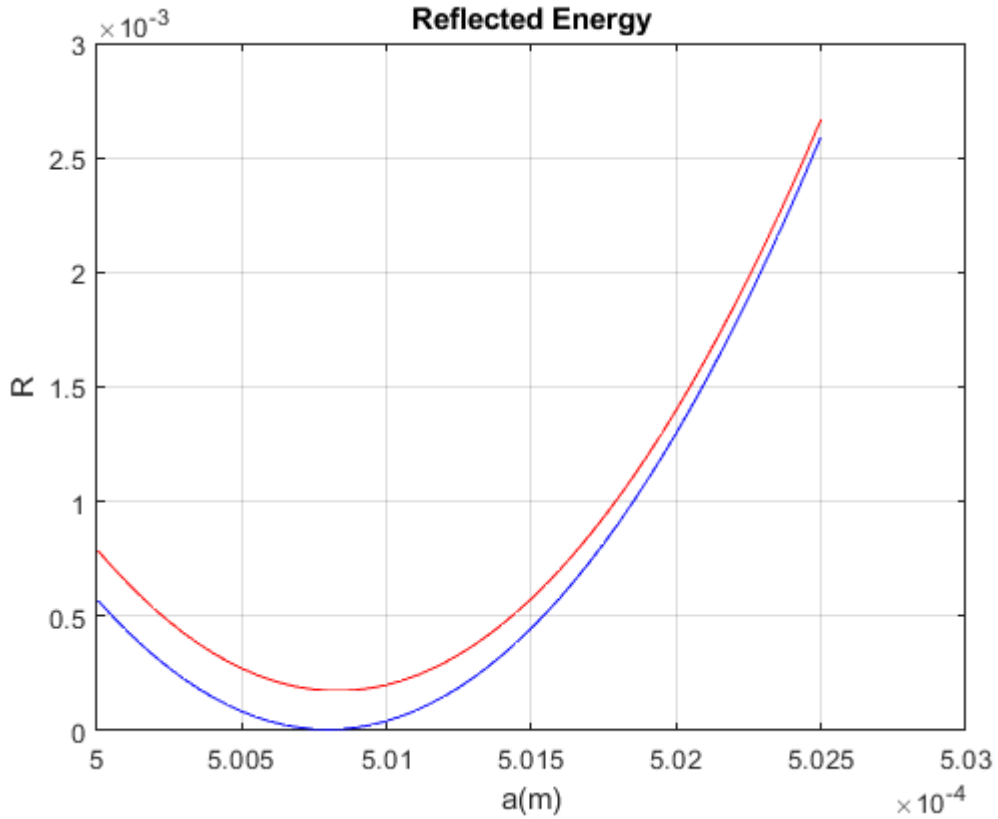
$$W_{\gamma G} = 1 - |R_{EG}| - |T_{EG}| = 5.3120 \cdot 10^{-3} \quad (10)$$

Энергетические коэффициенты для гауссова пучка (6) и (8) даны по определению без квадратов, но сравнивать их следует именно с квадратами модулей выражений для плоской волны (5) и (7), т.к. для гауссова пучка комплексные коэффициенты отражения и прохождения по полю теряют смысл.

Отсюда можно сделать первый вывод, который вполне очевиден и без развития диссипативной теории рассеяния гауссова пучка в квадратурах [3]. В среде с потерями нулевое отражение невозможно даже для плоской волны. Тем не менее, плоскую волну в данной задаче удалось согласовать по отражению примерно на два порядка лучше (5), чем гауссов пучок (6).

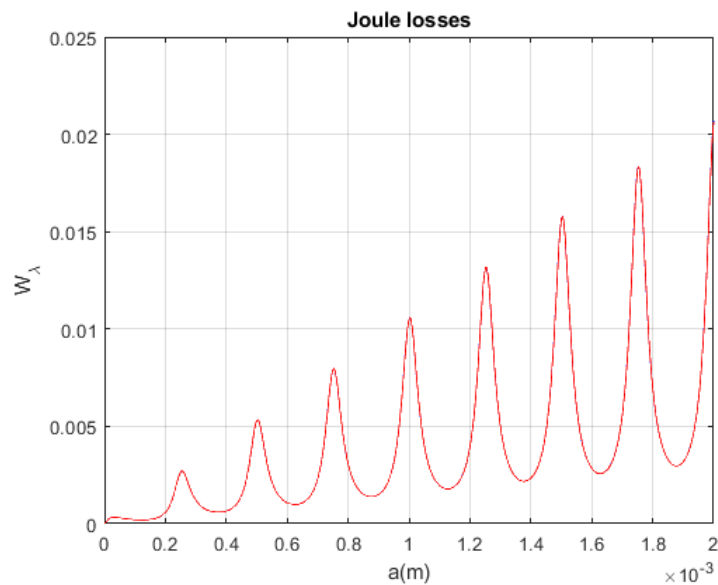
Полностью оправдать развитие теории [3] позволяет рассмотрение задачи в некоторой окрестности толщин пластины, вблизи оптимума согласования для плоской волны, рис. 1. Нетривиальный результат состоит в том, что точки минимума отражений гауссова пучка и плоской волны соответствуют разным толщинам

пластины, для пучка она оказывается слегка больше - 0.50083 мм, разница – в 4-м знаке после запятой. Ситуация с прохождением аналогична: гауссов пучок проходит чуть хуже плоской волны.



**Рисунок 1.** Энергетические коэффициенты отражения для гауссового пучка (красный) и плоской волны (синий) при падении s – поляризации на границу раздела.

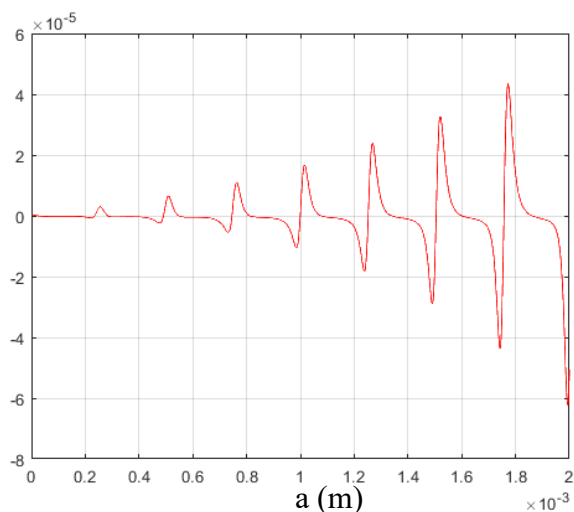
Приведем на рис.2 джоулевы потери в нашем полупроводнике  $W_\gamma$ . Здесь разница между гауссовым пучком и плоской волной не различима в масштабе графика.



**Рисунок 2.** Джоулевы потери для плоской волны в зависимости от толщины пластины.

Обе кривые на рис. 2 накладываются друг на друга, поэтому имеет смысл

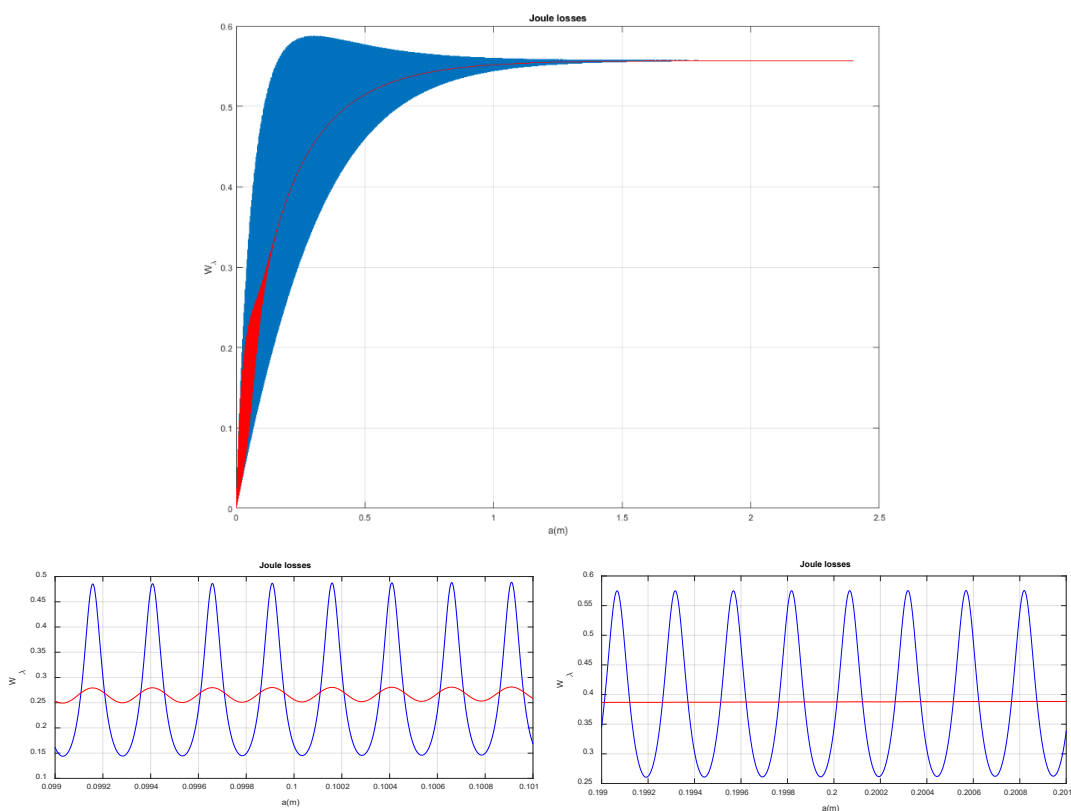
рассмотреть разницу потерь между гауссовым пучком и плоской волной, которая приведена на рис. 3.



**Рисунок 3.** Разность относительных джоулевых потерь между гауссовым пучком и плоской волной.

Примечательно, что гауссов пучок s-поляризации в точке минимума отражения основной плоской волны затухает сильнее плоской волны. При этом, даже при согласовании гауссова пучка, т.е. в точке минимума отражения для пучка, а не для волны, пучок всё равно затухает сильнее.

Разность джоулевых потерь, очевидно, становится значительной с ростом толщины пластины. Рис. 4 аналогичен рис. 2, демонстрируя абсолютные значения потерь в более широком диапазоне толщин пластины вплоть до 2.5 м.



**Рисунок 4.** Джоулевы потери для плоской волны (синий) и гауссова пучка (красный) в зависимости от толщины пластины, общий вид (сверху) и фрагменты (снизу).

При малых и при больших толщинах потери плоской волны и гауссова пучка совпадают, при малых осцилляции есть, при больших – осцилляций нет, т.к. пропадает влияние отражённого сигнала от дальней границы раздела двух сред. Размах осцилляций потерь гауссова пучка достигает максимума при толщине пластины примерно 30 см, что соответствует преобладанию дифракционных эффектов в т.н. зоне Френеля. При этом разница между потерями гауссова пучка и плоской волны – максимальная и значительна.

### 3. Выводы.

Гауссов пучок, будучи интегралом по плоским волнам, берущимся в окрестности выделенной основной плоской волны, может демонстрировать существенные отличия от плоской волны. Понятие согласования гауссова пучка и плоской волны в диссипативной среде требует дополнительных определений. Экстремумы отражения, прохождения и потерь, в зависимости от толщины, радикально отличаются от понятий традиционной геометрической оптики и в общем случае не совпадают между собой. Разница между гауссовым пучком и плоской волной может быть значительна и весьма точно определена за пределами характерных дифракционных длин, благодаря численному разрешению полученных квадратур.

Авторы выражают благодарностью М. Ю. Глявину, Г. Г. Денисову, А. В. Кудрину и Н. Д. Миловскому за постоянное внимание к работе и стимулирующие дискуссии. Исследование выполнено за счет **гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-30071)**.

#### Список литературы

1. Li Q., Vernon R. J. Theoretical and Experimental Investigation of Gaussian Beam Transmission and Reflection by a Dielectric Slab at 110 GHz //IEEE Trans. Antennas and Propagation. – 2006. – V. 54. – P. 3449.
2. Иванов О. В. Распространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах. – Ульяновск: УлГТУ, 2010.
3. Кулыгин М. Л., Литовский И. А., Господчиков Е. Д. Рассеяние гауссова пучка на плоскопараллельной пластине диэлектрика с произвольной комплексной диэлектрической проницаемостью /XI Всероссийская научной техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ», тезисы докладов. – 30 мая – 3 июня 2022 г. – В печати.
4. Kulygin M. L., Belousov V. I., Chirkov A. V., Filchenkov S. E., Litovsky I. A. Active Elements for Sub-Terahertz Nanosecond Gigawatt Compressors /2020 45th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz). – 2020. DOI: 10.1109/IRMMW-THz46771.2020.9370688
5. Kulygin M., Denisov G., Vlasova K., et al. Nanosecond microwave semiconductor switches for 258... 266 GHz //Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. – 2015. – V. 36. – No. 9. – PP. 845-855.
6. Kulygin M. L. Calculation of dispersion characteristics of a circular waveguide with deep helical corrugation by the FDTD method //Radiophysics and Quantum Electronics. – 2004. – V. 47. – No.1. – PP.63-67.
7. Kulygin M. L. Stress test of nanosecond semiconductor cavity switches with subterahertz gyrotrons // IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology. – 2019. – V. 9. – No. 2. – PP. 186-192.
8. Kulygin M. L., Litovsky I. A., Chirkov A. V., Shevelev I. N., Kalynova G. I., Shmelev M. Y. Terahertz Active Nanosecond Gigawatt Compressor Thermal Feasibility / 2021 IEEE International Conference on Microwaves, Antennas, Communications and Electronic Systems (COMCAS). – 2021. DOI: 10.1109/COMCAS52219.2021.9629071