

Динамика короткого сгустка в кильватерном ондуляторе

И.Л. Шейнман, О.С. Алексеева

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

Аннотация: Проведен численный анализ динамики короткого электронного пучка в кильватерном ондуляторе на изгибающей волне волновода с диэлектрическим заполнением. Рассмотрена возможность снижения неустойчивости пучка путем выбора начальной фазы изгибающей волны и начального поперечного позиционирования пучка.

Ключевые слова: ондулятор, динамика пучка, лазер на свободных электронах, диэлектрический волновод, ускорительная структура, кильватерный ондулятор

1. Введение

Принцип действия традиционных ускорителей заряженных частиц состоит в том, что заряженные частицы, двигаясь по круговой орбите, проходят через специальный промежуток, в котором увеличивают энергию. За последние 10-20 лет было предложено несколько принципиально новых решений по конструкции ускорителей. Одно из них – поместить частицы в металлический волновод, заполненный плазмой, или с диэлектрическим заполнением и вакуумным каналом в центре. Сгусток заряженных частиц взаимодействует с заполнением волновода и создает электромагнитное поле, являющееся вариантом излучения Вавилова-Черенкова. Если в эту кильватерную волну поместить маленький заряженный пучок, то он ускорится. Первичный пучок, который создает поле, теряет свою энергию, в то же время вторичный пучок разгонится до очень больших показателей.

Существенным недостатком данного подхода является экспоненциально нарастающее смещение пучка относительно оси волновода, связанное с взаимодействием пучка с генерируемым им же самим кильватерным полем, в результате чего частицы притягиваются к стенке волновода, а при огромной энергии способны нарушить ее целостность.

Ондуляторы, представляющие собой устройства, в которых электронный пучок в процессе движения испытывает на себе действие поперечной периодической силы, являются ключевыми элементами лазеров на свободных электронах [1]. В традиционных ондуляторах для создания поперечной силы используются электромагнитные поля, создаваемые периодически расположенными дипольными магнитами.

В [2-6] паразитный эффект отклонения пучка от оси волновода в кильватерной ускорительной структуре было предложено использовать для создания кильватерного ондулятора. Использование генерируемых сгустком собственных поперечных полей в микроволновом резонаторе для создания ондуляторного эффекта было предложено в [2]. В [3] переменное поперечное электромагнитное поле для генерации ондуляторного излучения предлагалось создавать при встречном движении генераторного и ондуляторного сгустков. Однако вследствие значительных отклоняющих полей, действующих на генераторный сгусток, дальность его полета оказывалась ограниченной [4], что снижало эффективность метода.

В [5,6] была предложена идея использования волновода, изогнутого в форме синусоиды, для создания поперечных осцилляций пучка. В таком волноводе хвостовая

часть основного пучка или вторичный пучок заряженных частиц, притягиваясь то к одной стенке, то к другой, будут совершать колебания в поперечном направлении (рисунок 1). За счет таких колебаний электроны пучка будут двигаться с ускорением и генерировать электромагнитные волны, что является необходимым условием для создания лазера на свободных электронах.

Современные ондуляторы, основанные на знакопеременном магнитном поле, стоят весьма дорого и требуют точной настройки. Предложенный подход предполагает использование в качестве оконечного устройства ускорителя для лазера на свободных электронах изогнутого волновода с правильно подобранными параметрами, что позволит существенно удешевить создание ондуляторов.

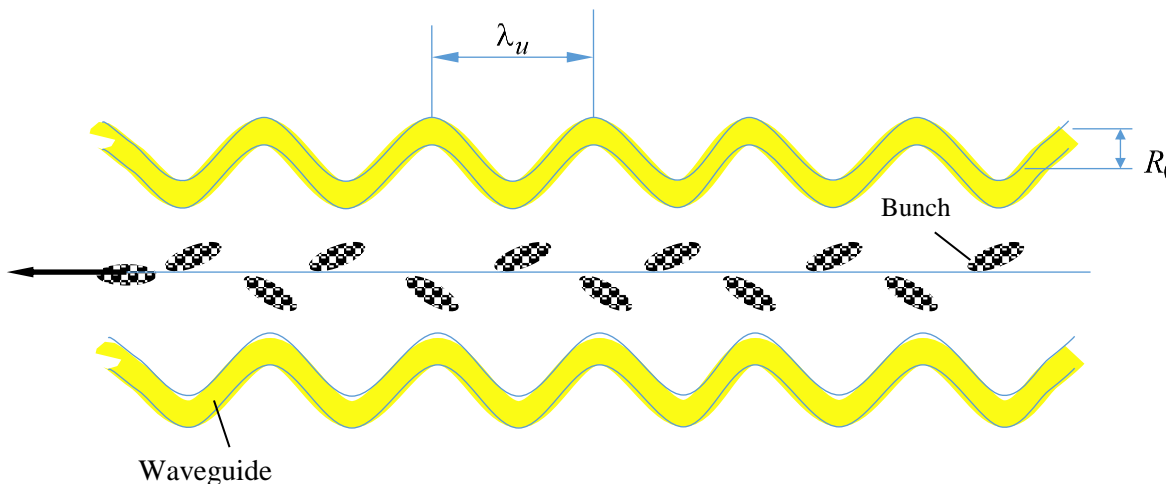


Рисунок 1. Принцип действия кильватерного ондулятора

2. Динамика пучка в кильватерном волноводе

Для описания динамики пучка при отклонениях от оси волновода, не превышающих $R_c/2$, можно с хорошей степенью точности учитывать только первую азимутальную моду кильватерного волновода с линейной зависимостью радиальной силы от расстояния от создающей силу частицы до оси волновода.

Рассмотрим сначала нитевидный электронный сгусток (пучок) с продольным профилем заряда $f(\zeta)$, движущийся параллельно оси волновода со смещением $r(\zeta, t)$. Будем считать, что заряд в сгустке распределен равномерно в продольном направлении, при этом $f(l) = 1/l$, где l – длина сгустка. Изменением величины релятивистского фактора со временем можно пренебречь.

В случае, когда амплитуда первой моды доминирует над остальными, радиальная динамика пучка описывается уравнением [4-6]

$$\frac{\partial^2 r(\zeta, t)}{\partial t^2} - A \int_0^{\zeta} f(\zeta_0) \sin(k_z(\zeta - \zeta_0)) r(\zeta_0, t) d\zeta_0 = 0 \quad (1)$$

где $A = -\frac{eq}{4m_e\gamma_0} k_{r11} \Psi_{F_{r11}}$, q – заряд электронного пучка ($q < 0$), k_z и k_r – продольное и радиальное волновые числа первой азимутальной моды волновода, $r(\zeta, t)$ – смещение сгустка от оси волновода, $\Psi_{F_{r1j}}$ – коэффициент ряда в разложении радиальной силы для первой азимутальной моды, зависящий от геометрии и

диэлектрической проницаемости волновода.

В случае точечного заряда, влетающего без начальной радиальной скорости в поле действия поперечной гармонической силы, лишь косинусоидальная зависимость силы обеспечивает финитное в поперечном направлении движение частицы. Зависимость силы по закону синуса приводит к среднему смещению частицы, линейно нарастающему со временем. Однако, в случае протяженного сгустка, как будет показано ниже, происходит накопление воздействия от головной части сгустка, и чисто косинусоидальная зависимость изгиба волновода порождает неустойчивость пучка, приводящую к выходу его из канала волновода.

В связи с этим изгиб оси волновода относительно продольной оси z учтем путем добавления в выражение для силы дополнительного периодического смещения пучка относительно оси волновода: $R_{0c} \cos(\kappa z)$ или $R_{0s} \sin(\kappa z)$, где $\kappa = 2\pi/\lambda_u$, λ_u – длина изгибной волны. Вводя параметр $\chi = \arctg(R_{0s}/R_{0c})$, характеризующий начальную фазу изгибной волны, и, варьируя χ , в рамках численного моделирования можно подобрать условия, отвечающие оптимальному соотношению между дальностью пролета и амплитудой осцилляций сгустка.

Для электронных сгустков с длиной меньшей, чем четверть длины волны черенковского кильватерного излучения волновода $\Lambda = 2\pi/k_z$, синус под интегралом можно заменить его аргументом. Тогда уравнения радиальной динамики **Ошибка! Источник ссылки не найден.** при одномодовом возбуждении изогнутого волновода примут вид:

$$\frac{\partial^2 r_c(\zeta, t)}{\partial t^2} - A \int_0^\zeta f(\zeta_0) (k_z (\zeta - \zeta_0)) (r(\zeta_0, t) + R_{0c} \cos(\kappa z)) d\zeta_0 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 r_s(\zeta, t)}{\partial t^2} - A \int_0^\zeta f(\zeta_0) (k_z (\zeta - \zeta_0)) (r(\zeta_0, t) + R_{0s} \sin(\kappa z)) d\zeta_0 = 0 \quad (3)$$

с начальными условиями $r(\zeta, 0) = r_0$, $\left. \frac{dr(\zeta, t)}{dt} \right|_{t=0} = v_{r0} = 0$.

Объединенное аналитическое решение уравнений **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и **Ошибка! Источник ссылки не найден.** имеет вид:

$$r(\zeta, t) \approx r_{free}(\zeta, t) + r_{\sin}(\zeta, t) + r_{\cos}(\zeta, t), \quad (4)$$

где слагаемое

$$r_{free}(\zeta, t) \approx \frac{r_0}{2} \left(I_0 \left(2\sqrt{\sqrt{Ak_z} \zeta t} \right) + J_0 \left(2\sqrt{\sqrt{Ak_z} \zeta t} \right) \right) + \frac{v_{r0}}{2\sqrt{\sqrt{Ak_z} \zeta}} \left(I_1 \left(2\sqrt{\sqrt{Ak_z} \zeta t} \right) + J_1 \left(2\sqrt{\sqrt{Ak_z} \zeta t} \right) \right) \quad (5)$$

представляет собой свободное движение сгустка под действием создаваемых им самим сил,

$$r_{\cos}(\zeta, t) \approx \frac{AR_0 c k_z}{(Ak_z - \kappa^4 v^2)} \left(\cos\left(\frac{\sqrt{Ak_z} \zeta}{\kappa v}\right) \cos \kappa v t - \frac{\kappa^2 v}{\sqrt{Ak_z}} \sin\left(\frac{\sqrt{Ak_z} \zeta}{\kappa v}\right) \sin \kappa v t - \cos(\kappa \zeta + \kappa v t) \right) + R_{0c} \frac{Ak_z \zeta^2}{\kappa^2 c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{Ak_z (\zeta L)^2}{c^2}\right)^n}{(2n+1)!(2n+3)!} \left((2n+3)(2n+1) - \kappa^2 L \zeta \right) \right) \quad (6)$$

и

$$r_{\sin}(\zeta, t) \approx \frac{AR_{0s} k_z}{(Ak_z - \kappa^4 v^2)} \left(\cos\left(\frac{\sqrt{Ak_z} \zeta}{\kappa v}\right) \sin \kappa v t + \frac{\kappa^2 v}{\sqrt{Ak_z}} \sin\left(\frac{\sqrt{Ak_z} \zeta}{\kappa v}\right) \cos \kappa v t - \sin(\kappa \zeta + \kappa v t) \right) + R_{0s} \frac{Ak_z \zeta^2}{\kappa^2 c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\left(\frac{Ak_z (\zeta L)^2}{c^2}\right)^n}{(2n+1)!(2n+3)!} \left(\kappa L (2n+3) + \kappa \zeta (2n+1) \right) \right) \quad (7)$$

описывают вынужденное движение сгустка под действием периодически изменяющейся в пространстве силы.

3. Результаты численного моделирования динамики пучка

Приведем результаты моделирования динамики полета при энергии пучка $W = 10$ ГэВ, заряде $q = 100$ нКл, протяженности $l_b = 60$ мкм и базовой частоте волновода $f = 300$ ГГц.

Результаты расчетов для одиночного равномерно распределенного по длине сгустка для косинусоидальной зависимости изгиба волновода приведены на рисунке 2. Начальное смещение частиц пучка от оси волновода было принято равным $r_0 = 10$ мкм, начальная радиальная скорость в (5) полагалась равной нулю, амплитуда изгиба волновода $R_0 = 0.5R_c$.

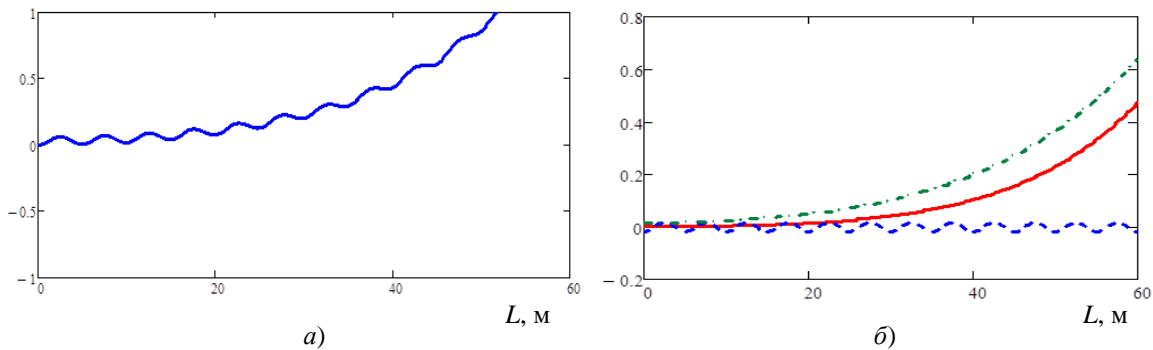


Рисунок 2. Результаты моделирования динамики пучка для косинусоидальной зависимости изгиба волновода: *а)* траектория пучка, *б)* влияние отдельных слагаемых (красная сплошная линия – (5), синяя штриховая – первое слагаемое (6), зеленый штрих-пунктир – второе слагаемое (6))

Как видно из рисунка 2, решение без учета начальной фазы является неустойчивым, и сгусток быстро «оседает» на стенку. Из рисунка 2, б видно, что к отклонению пучка от оси волновода приводит второе слагаемое в (6).

Введение в уравнение динамики дополнительного слагаемого со смещением, меняющимся по закону синуса, и подбор начальной фазы изгибной волны позволяют добиться гораздо большей дальности полета.

Результаты моделирования с учетом коррекции путем подбора начальной фазы изгиба волновода ($\chi = -0.085$) приведены на рисунке 3. Влияния начального смещения сгустка от оси (5) и второго слагаемого (6) компенсируют друг друга, что позволяет увеличить дальность полета более чем в 2 раза.

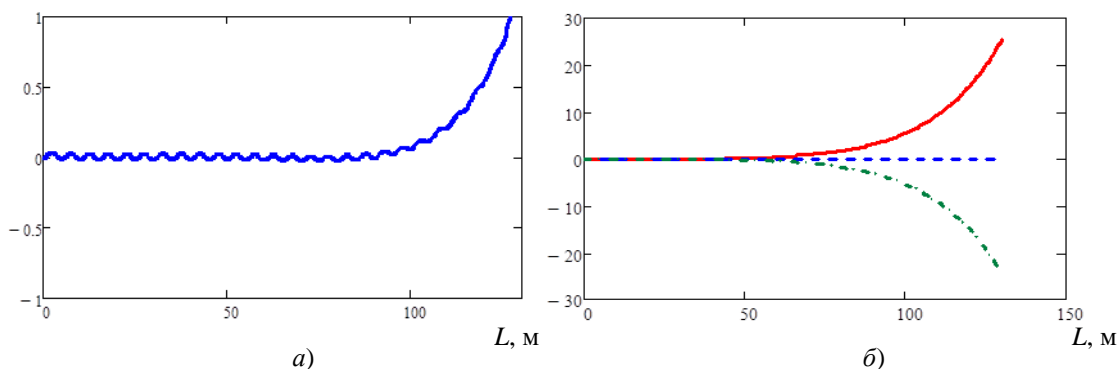


Рисунок 3. Результаты моделирования динамики пучка для смещения с коррекцией путем введения смещения с синусом (параметр $\chi = -0.085$)

Возможна также обратная постановка задачи: подбор поперечного позиционирования и радиальной скорости сгустка при входе в изогнутый кильватерный волновод для максимизации дальности полета пучка при неизменном профиле волновода.

4. Заключение

Выбор начальной фазы изгиба волновода и его согласование с осевым позиционированием сгустка при входе в ондулятор позволяют добиться значительного увеличения дальности полета пучка и, тем самым, увеличения излучаемой мощности рентгеновского излучения.

Список литературы

1. C. Pellegrini, A. Marinelli, and S. Reiche. The physics of x-ray free-electron lasers Rev. Mod. Phys. 88, 015006, 2016
2. S. Tantawi et al. Experimental Demonstration of a Tunable Microwave Undulator. Phys. Rev. Lett. 112, 164802, 2014
3. C. Jing, S. S. Baturin, A. Kanareykin, P. Schoessow, A. Zholents A beam-driven microwave undulator for FEL Proceedings of IPAC2014, Dresden, Germany. 1956-1958 2014.
4. I. L. Sheinman. Beam Dynamics in Dielectric Structure when Using it as Undulator // 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V. I. ZUBOV (SCP) Joined with 21st International Workshop on Beam Dynamics and Optimization (BDO) Saint-Petersburg, 05-09 October 2015. Published by IEEE SCP 2015 – Proceedings p. 201-204.
5. Шейнман Илья Львович. Ондуляторный эффект на изгибающей акустической волне. VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ». 3-6 июня 2019. Россия, Санкт-Петербург.
6. I. L. Sheinman. Undulator Effect on a Bending Acoustic Wave of the Wakefield Waveguide. Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF-2019). 3-7 June, 2019. Russia, Saint-Petersburg.