

# Частотно-независимое цифровое диаграммоформирование с использованием временных задержек

А.А. Ерохин, Ю.П. Саломатов

ФГАОУ ВО СФУ

**Аннотация:** частотно-независимые методы формирования диаграммы направленности (ДН) широко используются в цифровых системах связи, обработки звука и радиолокационных системах. В данных областях применения требуется широкополосное управление лучом с использованием фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры). КИХ-фильтры реализуют временную фильтрацию для получения частотно-независимых свойств ДН антенной решетки. В статье представлен частотно-независимый метод формирования ДН. Предложенный метод позволяет осуществлять сканирование главного лепестка ДН и не требует минимизации функций или выполнения преобразования Фурье. Используя КИХ-фильтры с разным наклоном фазо-частотных характеристик можно добиться сканирования в широкой полосе частот. Предлагаемый подход основан на использовании частотных свойств антенных решеток.

**Ключевые слова:** антенная решетка, КИХ-фильтр, частотно-независимое диаграммоформирование

## 1. Введение

В задачах широкополосного цифрового диаграммоформирования (ЦДФ) можно выделить класс антенных решеток (АР) с частотно-независимой диаграммой направленности (ДН) в некоторой полосе частот. Частотно-независимое формирование луча широко используется в различных областях, таких как беспроводная связь, радиолокация, обработка звука [1–4]. Поэтому в настоящее время частотно-инвариантное формирование луча активно исследуется. Частотно-независимой будем называть такую АР, уровень боковых лепестков и ширина ДН по уровню половинной мощности которой постоянны в широкой полосе частот.

Использование фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) позволяет достичь частотно-независимых характеристик АР [2, 5]. В [6] авторы отмечают, что для поддержания постоянной ширины ДН в полосе частот необходимо поддерживать эффективную длину решетки. Этого можно достичь путем применения КИХ-фильтров для реализации частотно-зависимого амплитудно-фазового распределения, называемого в цифровых АР весовым вектором. Таким образом, КИХ-фильтры выполняют временную фильтрацию, что обеспечивает частотную зависимость весового вектора.

Некоторые методы частотно-независимого ЦДФ основаны на использовании дополнительных элементов АР (ЦДФ с использованием пространственных задержек) [2, 7, 8]. Следует отметить, что эти подходы эквивалентны (т.е. в обоих случаях необходимо сформировать частотно-зависимый весовой вектор). Кольцевые АР используются для частотно-независимого ЦДФ [9] в качестве решеток с пространственной задержкой. В [10] предлагается метод ЦДФ в кольцевой АР основанный на принципах линейного программирования. В [11] рассматривается метод формирования луча без временной фильтрации. Трехмерная АР используется для достижения частотно-инвариантных свойств. Следует отметить, что данные методы не всегда могут быть подходящими с точки зрения практической реализации

из-за большого количества элементов. Поэтому, в [7, 12] рассмотрен метод, предусматривающий уменьшение числа элементов АР за счет использования подрешеток, т.е. был предложен метод, в котором не используются дополнительные элементы или КИХ-фильтры (точнее, используются две ортогональные АР).

Часть частотно-независимых методов ЦДФ основана на решении задач минимизации [5, 7, 13, 14], а для других требуется выполнение преобразования Фурье [15 – 17]. Поэтому существующие методы частотно-независимого ЦДФ требуют некоторого упрощения.

## 2. Широкополосное ЦДФ

Рассмотрим АР, состоящую из  $N$  изотропных элементов. ДН такой АР можно представить в виде функции двух переменных – направления  $\theta$  и частоты  $f$ :

$$F(f, \theta) = \sum_{n=1}^N v_n \exp(-j2\pi f \tau_n) = \mathbf{v}^T \mathbf{d}(f, \theta)$$

где  $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]^T$  – вектор весовых коэффициентов;  $\tau_n = x_n \sin \theta / c$  – задержка распространения от первого элемента до  $n$ -го элемента, является функцией угла  $\theta$ ;  $\mathbf{d}(f, \theta) = [1 \ e^{-j2\pi f \tau_2} \ \dots \ e^{-j2\pi f \tau_N}]^T$ ;  $x_n$  – координата  $n$ -го элемента;  $c$  – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме; жирные символы обозначают векторы и матрицы.

На рисунке 1 показана ДН узкополосной линейной АР составленной из  $N = 16$  элементов. Направление основного лепестка  $\theta_0 = 40^\circ$  на центральной частоте, нормированной полосы частот  $f_0/f_{\max} = 0.5$ . Расстояние между соседними элементами составляет половину длины волны на верхней частоте нормированного диапазона. Как видно из этого рисунка, по мере изменения частоты главный лепесток меняет свое направление. Данное смещение является причиной того, что узкополосное ЦДФ с постоянным коэффициентом для каждого антенного элемента не будет эффективно работать в широкополосном режиме.

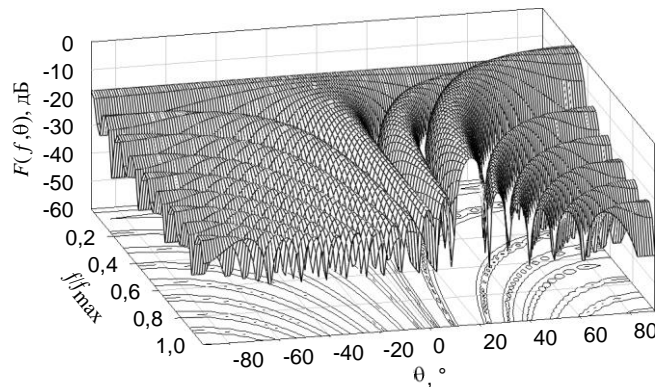


Рисунок 1. ДН узкополосной АР в широкой полосе частот.

Элементы весового вектора должны быть разными для разных частот при широкополосном ЦДФ. Поэтому можно записать выражение для вектора весовых коэффициентов как функцию частоты:

$$\mathbf{v}(f) = [v_1(f) \ v_2(f) \ \dots \ v_N(f)]^T. \quad (1)$$

Как было отмечено ранее, частотно-зависимые весовые коэффициенты могут быть получены с помощью использования КИХ-фильтров. Фильтры выполняют временную

фильтрацию и формируют частотно-зависимый весовой вектор. Тогда, выражение для весовых коэффициентов можно записать в следующем виде:

$$v_n(f) = \sum_{m=1}^M w_{n,m} \exp\left(-j2\pi m \frac{f}{f_s}\right), \quad (2)$$

где  $f_s$  – частота дискретизации,  $M$  – количество коэффициентов КИХ-фильтра. Выражение выше представляет собой частотную характеристику КИХ-фильтра.

Схема частотно-инвариантной АР показана на рисунке 2.

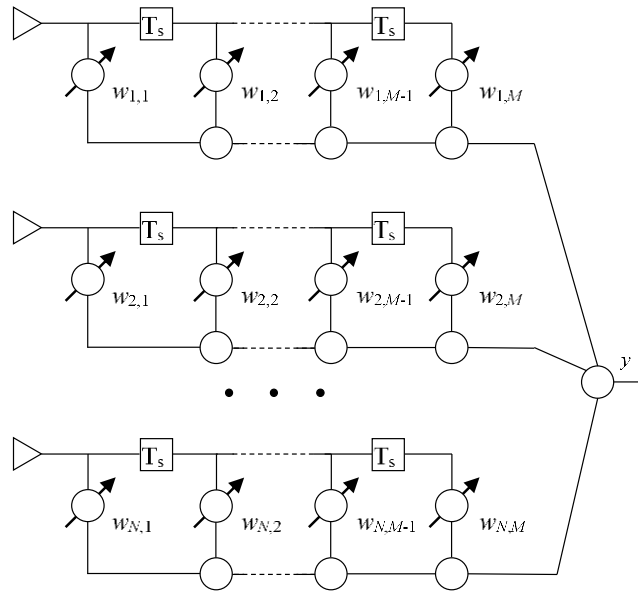


Рисунок 2. Структура широкополосного ЦДФ.

Далее, запишем выражение для ДН широкополосной АР:

$$F(f, \theta) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{n,m} \exp(-jm\omega) \exp(-j2\pi f \tau_n). \quad (3)$$

где  $\omega = 2\pi f / f_s$ .

### 3. Частотно-независимое управление ДН

Чтобы выполнить перемещение главного лепестка ДН необходимо сформировать линейный фазовый сдвиг в апертуре АР. В случае частотно-независимого ЦДФ фазовый сдвиг может быть получен с помощью использования КИХ-фильтров с разным наклоном частотной характеристики в каждом канале АР. Кроме того, фазовый сдвиг между элементами решетки должен быть таким, чтобы ДН отклонялась в одном направлении на всех частотах диапазона [18].

Импульсная характеристика полосового КИХ-фильтра с произвольным фазовым сдвигом, описывается следующим выражением [19]

$$w_m = \frac{\sin[(m-\Delta)\omega_2] - \sin[(m-\Delta)\omega_1]}{(m-\Delta)\pi}, \quad (4)$$

где  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  – длина фильтра (число коэффициентов импульсной характеристики),  $\Delta$  – положительное число, оно устанавливает фазовый сдвиг,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – нормированные частоты.

Чтобы поддерживать постоянную ширину ДН в широкой полосе частот, необходимо зафиксировать электрическую длину АР. Когда частота увеличивается, необходимо уменьшить физический размер антенной решетки.

Запишем выражение для определения ширины ДН по уровню половинной мощности для линейной АР с равномерным распределением амплитуды [20]

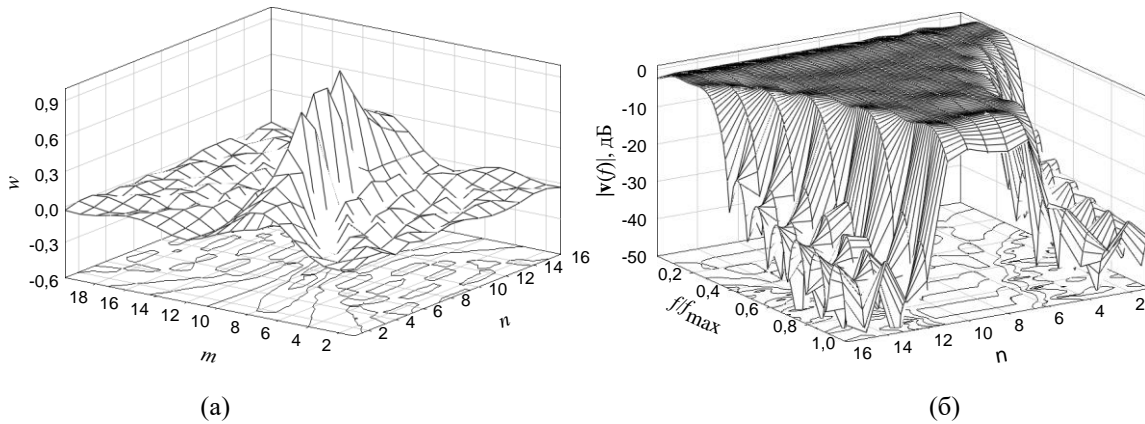
$$2\theta_{0.5} = \frac{0.886\lambda}{d(N-1)\cos\theta_0} \quad (5)$$

где  $\theta_0$  – направление главного лепестка,  $d$  – расстояние между соседними элементами,  $\lambda$  – длина волны. В соответствии с данным выражением  $d(N-1)$  – это длина линейной АР.

Из приведенного выше выражения можно найти верхние граничные частоты КИХ-фильтров, необходимые для получения ширины ДН  $2\theta_{0.5}$  для заданного числа элементов  $n$ :

$$f_n = \frac{0.886c}{d(n-1)2\theta_{0.5}\cos\theta_0}, \quad (6)$$

Теперь коэффициенты КИХ-фильтров для частотно-независимого ЦДФ, можно найти используя выражение (1), с учетом выражения (2). В соответствии с полученными коэффициентами ДН имеет постоянную ширину, и ее можно направлять в необходимом направлении в широком диапазоне частот.

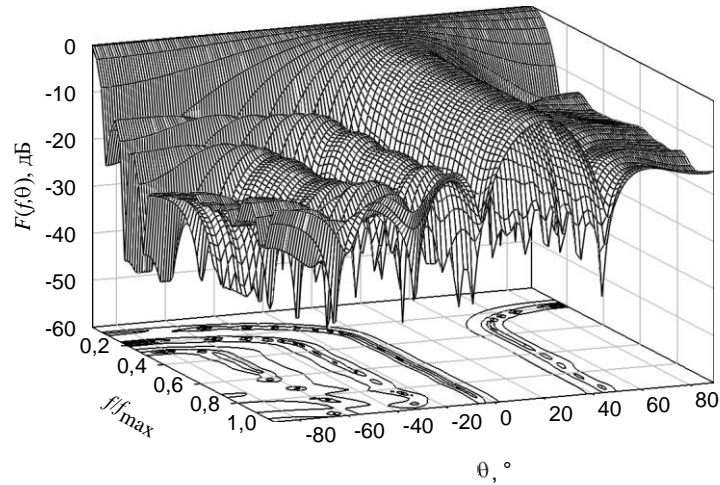


**Рисунок 3** Весовые коэффициенты при частотно-независимом ЦДФ (а) коэффициенты КИХ-фильтров, (б) амплитудно-частотные характеристики КИХ-фильтров.

На рис. 3а показаны коэффициенты КИХ-фильтров по каналам частотно-инвариантной АР. Количество антенных элементов  $N = 16$ , количество коэффициентов для каждого фильтра  $M = 32$ , направление главного лепестка  $\theta_0 = 20^\circ$ , ширина ДН  $2\theta_{0.5} = 20^\circ$ . Максимумы импульсных характеристик смещены относительно друг друга, что обеспечивает постоянный фазовый сдвиг в частотном диапазоне.

На рис. 3б приведены амплитудно-частотные характеристики КИХ-фильтров. Когда частота увеличивается, фактический размер антенной решетки уменьшается, то есть «активная» область решетки уменьшается (физический размер антенны уменьшается), поскольку необходимо поддерживать постоянную ширину луча. На низких частотах большинство частотных характеристик имеют почти одинаковую амплитуду, поскольку элементы АР расположены слишком часто для этих частот. На высоких частотах активная зона содержит меньшую часть частотных характеристик с высоким усилением. Таким образом, как на высоких, так и на низких частотах

апертура АР используется неэффективно, что является результатом частотно-инвариантного ЦФД.



**Рисунок 4** Частотно-независимая диаграмма направленности.

На рис. 4 показана результирующая ДН обладающая частотно-независимыми свойствами в полосе  $\Delta f/f_{\max} \approx [0,3; 1]$ . Согласно частотным характеристикам, показанным на рис. 3б, на низких частотах главный лепесток ДН имеет очень большую ширину.

#### 4. Заключение

В работе рассмотрен простой метод расчета весовых коэффициентов для частотно-независимого ЦФД. Данный метод не требует сложных вычислений, таких как решение задачи минимизации целевой функций или нахождение преобразования Фурье. Предложенный метод прост в использовании, поскольку требуется выполнять вычисления, используя только две формулы (4) и (6).

Предложенный метод основан на частотных свойствах массива, то есть ширина луча половинной мощности зависит от длины массива. По мере увеличения частоты ширина луча уменьшается. Чтобы этого не произошло, необходимо уменьшить длину массива. Тогда мы можем получить постоянную ширину луча и уровень боковых лепестков в широком диапазоне частот.

Кроме того, предлагаемый способ может быть применен к АР с любым количеством элементов и в последствии может быть обобщен для многомерных АР.

**Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-37-90029.**

#### Список литературы

1. Van Trees H. L. Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. – John Wiley & Sons, 2004.
2. Liu W., Weiss S. Wideband beamforming: concepts and techniques. – John Wiley & Sons, 2010. – Т. 17.
3. Do-Hong T., Demmel F., Russer P. Wideband direction-of-arrival estimation using frequency-domain frequency-invariant beamformers: an analysis of performance //IEEE microwave and wireless components letters. – 2004. – Т. 14. – №. 8. – С. 383-385.
4. Huang G., Benesty J., Chen J. On the design of frequency-invariant beampatterns with uniform circular microphone arrays //IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. – 2017. – Т. 25. – №. 5. – С. 1140-1153.

5. Yan S., Ma Y. Design of FIR beamformer with frequency invariant patterns via jointly optimizing spatial and frequency responses //2005 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. – IEEE, 2005. – Т. 4. – С. iv/789-iv/792 Vol. 4.
6. Rosen O., Cohen I., Malah D. FIR-based symmetrical acoustic beamformer with a constant beamwidth //Signal Processing. – 2017. – Т. 130. – С. 365-376.
7. Pal P., Vaidyanathan P. P. Frequency invariant MVDR beamforming without filters and implementation using MIMO radar //2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. – IEEE, 2009. – С. 2081-2084.
8. Liu W. Adaptive wideband beamforming with sensor delay-lines //Signal Processing. – 2009. – Т. 89. – №. 5. – С. 876-882.
9. Huang G., Benesty J., Chen J. On the design of frequency-invariant beampatterns with uniform circular microphone arrays //IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. – 2017. – Т. 25. – №. 5. – С. 1140-1153.
10. Zhang X., Ser W., Muralidhar K. Uniform circular broadband beamformer with selective frequency and spatial invariant region //2009 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. – IEEE, 2009. – С. 2201-2204.
11. Liu W., McLernon D., Ghogho M. Frequency invariant beamforming without tapped delay-lines //2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing-ICASSP'07. – IEEE, 2007. – Т. 2. – С. II-997-II-1000.
12. Pal P., Vaidyanathan P. P. Efficient frequency invariant beamforming using virtual arrays //2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. – IEEE, 2010. – С. 1097-1101.
13. Parra L. C. Steerable frequency-invariant beamforming for arbitrary arrays //The Journal of the Acoustical Society of America. – 2006. – Т. 119. – №. 6. – С. 3839-3847.
14. Ерохин А. А., Саломатов Ю. П. Цифровые антенные решетки с частотно-независимой диаграммой направленности //Известия высших учебных заведений. Физика. – 2015. – Т. 58. – №. 8-3. – С. 68-70.
15. Sekiguchi T., Karasawa Y. Wideband beamspace adaptive array utilizing FIR fan filters for multibeam forming //IEEE Transactions on Signal Processing. – 2000. – Т. 48. – №. 1. – С. 277-284.
16. Liu W., Weiss S. Design of frequency invariant beamformers for broadband arrays //IEEE Transactions on Signal Processing. – 2008. – Т. 56. – №. 2. – С. 855-860.
17. Weiss S., Hadley M., Wilcox J. Implementation of a flexible frequency-invariant broadband beamformer based on fourier properties //2017 Sensor Signal Processing for Defence Conference (SSPD). – IEEE, 2017. – С. 1-5.
18. Erokhin A. A., Gafarov E. R., Salomatov Y. P. Frequency-Invariant Beamforming with Real FIR-filters //2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). – IEEE, 2019. – С. 132-135.
19. Oppenheim A. V., Buck J. R., Schafer R. W. Discrete-time signal processing. Vol. 2. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
20. Дробкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. Антенно-фидерные устройства. 2-е изд. М.: Сов. радио, 1974. 536 с.