

# Общая теория резонансного спектра многокольцевых резонаторов

В.В. Витько, А.А. Никитин, И.А. Рябцев, А.Б. Устинов, Б.А. Калинин

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

**Аннотация:** разработана теория формирования передаточных характеристик обобщенной конфигурации многокольцевого резонатора. Эта конфигурация содержит произвольное количество параллельно соединенных линий задержки. Кроме того, каждая линия задержки состоит из произвольного числа дисперсионных волноводов и связанных кольцевых резонаторов. В рамках разработанной теории проведено численное моделирование передаточных характеристик для общих случаев многокольцевых конфигураций.

**Ключевые слова:** оптоэлектронный резонатор, дисперсионные линии задержки, кольцевые резонаторы, оптический фильтр, радиофотоника

## 1. Введение

Вследствие возрастающих требований к уровню фазового шума и стабильности частоты СВЧ-сигналов в радиолокационных и телекоммуникационных системах были разработаны оптоэлектронные СВЧ-генераторы. Принцип действия этих устройств основан на циркуляции СВЧ-сигнала в замкнутой кольцевой схеме, состоящей из СВЧ и оптического трактов. Преимуществами оптоэлектронного генератора (ОЭГ) по сравнению с обычными генераторами СВЧ колебаний является широкая полоса перестройки и низкий уровень фазового шума [1, 2].

Одним из способов реализации ОЭГ является изготовление высокодобротного резонатора на оптических линиях задержки с большим частотным расстоянием между резонансными гармониками и кольцом обратной связи. В такой конфигурации автогенерация возникает на резонансной частоте для которой выполняется условие баланса амплитуд [3, 4]. Увеличение длины оптической линии задержки обеспечивает увеличение времени задержки и увеличение добротности резонатора и, как следствие, уменьшение уровня фазового шума генератора. Однако при этом уменьшается частотное расстояние между соседними резонансными гармониками, что приводит к увеличению амплитудного шума из-за появления паразитных гармоник в спектре генерации. В свою очередь это накладывает дополнительные требования к ширине полосы СВЧ-фильтра.

Чтобы устранить это противоречие, разрабатываются различные многокольцевые схемы ОЭГ [5-11]. Широкий спектр предложенных решений можно условно разделить на две категории: параллельные и последовательные конфигурации. Параллельные конфигурации обычно представляют собой интерференционные схемы, образованные несколькими волоконно-оптическими линиями задержки, соединенными параллельно [5-8]. Последовательные конфигурации могут быть образованы как волоконно-оптическими кольцевыми резонаторами [9], так и резонаторами на модах шепчущей галереи [11, 12] и микрокольцевыми резонаторами [13]. Дополнительное подавление паразитных мод и уменьшение амплитудного шума достигается благодаря комбинации параллельной и последовательной конфигураций [14-16].

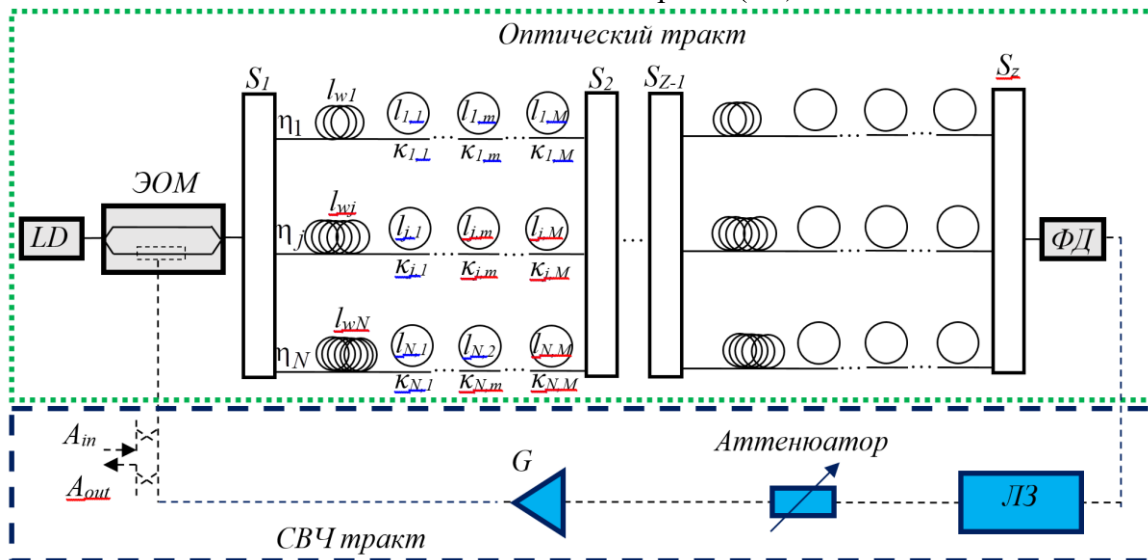
Перестраиваемые СВЧ-фильтры находят свое применение в схемах ОЭГ с электронным управлением. В частности, спин-волновые линии задержки используются в качестве перестраиваемого СВЧ фильтра, который обеспечивает как

частотную селективность, так и магнитную перестройку резонансных частот [17, 18]. Включение линии задержки на волнах с сильной дисперсией в многокольцевую конфигурацию ОЭГ (в частном случае – спин-волновой линии задержки) требует разработки теории, которая будет учитывать спектральные особенности как электромагнитных волн в оптических волноводах, так и спиновых волн в пленочных ферритовых волноводах, используемых в качестве спин-волновых линий задержки.

Целью настоящей работы является разработка теории формирования передаточных характеристик многокольцевого резонатора, содержащего произвольное число линий задержки и кольцевых резонаторов, соединенных в параллельную и последовательную конфигурации. Использование такой многокольцевой конфигурации обеспечивает увеличение интервала между соседними резонансными гармониками, что позволяет создать перестраиваемый малошумящий ОЭГ.

## 2. Теория формирования резонансного спектра

Схема исследуемого многокольцевого резонатора приведена на рисунке 1. Резонатор представляет собой замкнутый контур, состоящий из оптического и СВЧ трактов. Оптический тракт включает в себя лазер, электрооптический модулятор (ЭОМ), систему оптических фильтров и фотодетектор (ФД). Оптический фильтр представляет собой каскадное соединение  $j$  параллельных оптических волноводов длиной  $l_j$  и  $m$  оптических колец длиной  $l_{j,m}$ . Деление и сложение оптического сигнала в фильтре выполняются при помощи  $Z$  оптических делителей-сумматоров ( $S$ ) с коэффициентом деления  $\eta_j$ . Отметим, что кольцевые резонаторы в параллельной цепи связаны посредством коэффициентов связи  $\kappa_{j,m}$ . Основными элементами СВЧ тракта являются СВЧ-усилитель ( $G$ ), перестраиваемый аттенюатор и СВЧ-фильтр, изготовленный в виде спин-волновой линии задержки ( $ЛЗ$ ).



**Рисунок 1.** Блок-схема спин-волнового оптоэлектронного многокольцевого резонатора: ЭОМ - электрооптический модулятор,  $S_Z$  - оптические делители,  $l_{wN}$  - оптические линии задержки,  $l_{M,N}$  - оптические кольцевые резонаторы, ФД - фотоприемник, ЛЗ – спин-волновая линия задержки,  $G$  – СВЧ-усилитель.

Опишем разработанную теорию формирования спектра многокольцевого резонатора. Комплексный коэффициент передачи рассчитывается как отношение комплексных амплитуд выходного и входного сигналов:

$$\mathbf{H}(\omega) = A_{out}(\omega)/A_{in}(\omega). \quad (1)$$

Пусть входной сигнал монохроматический и имеет следующую форму  $A_{in}(\omega) = A_0 e^{i\omega t}$ . Сигнал после ЭОМ делится на оптическом разветвителе с коэффициентом деления  $\eta_j$  и распространяется в волноводе длиной  $l_{wj}$ . Отметим, что  $\sum_j \eta_j = 1$ . Распространяясь в оптическом волноводе с номером  $j$  сигнал приобретает набег фазы, пропорциональный длине волновода и волновому числу оптической несущей. Это описывается следующим волновым множителем  $e^{-i(k_{wj}(\omega) - i\alpha_{wj}(\omega))l_{wj}}$ , где  $k_{wj}(\omega)$  – волновое число оптической несущей в волноводе с номером  $j$ , а  $\alpha_{wj}(\omega)$  – декремент затухания в оптическом волноводе. Затем сигнал проходит через кольцевые резонаторы с длинами  $l_{j,m}$ . Коэффициент передачи  $\mathbf{T}_j(\omega)$  для  $M$  оптических колец описывается следующим выражением:

$$\mathbf{T}_j(\omega) = \prod_{m=1}^M (1 - \kappa_{j,m}) \sum_{q=0}^{\infty} \kappa_{j,m}^q e^{-iq(k_{rj,m}(\omega) - i\alpha_{rj,m}(\omega))l_{j,m}}, \quad (2)$$

где  $k_{rj,m}(\omega)$  – волновое число оптической несущей в оптическом кольце с номерами  $j, m$ , а  $\alpha_{rj,m}(\omega)$  – оптический декремент затухания в оптическом кольце.

Оптические сигналы в  $N$  параллельных соединениях объединяются делителем–сумматором и интерферируют. При этом коэффициент передачи  $\mathbf{T}_p(\omega)$  описывается следующим выражением:

$$\mathbf{T}_p(\omega) = \sum_{j=1}^N \eta_j e^{-i(k_{wj}(\omega) - i\alpha_{wj}(\omega))l_{wj}} \mathbf{T}_j(\omega). \quad (3)$$

Тогда распространение сигнала через  $Z$ -конфигурации будет описываться коэффициентом передачи оптического фильтра  $\mathbf{T}_f(\omega) = \prod_{z=1}^Z \mathbf{T}_{pz}(\omega)$ . Оптический сигнал с выхода фильтра подается на фотодетектор, который в свою очередь выделяет СВЧ-сигнал. После этого СВЧ-сигнал распространяется через элементы СВЧ тракта. Его прохождение через спин–волновую линию задержки описывается волновым множителем  $e^{-i(k_{sw}(\omega) - i\alpha_{sw}(\omega))l_{sw}}$ , где  $k_{sw}(\omega)$  – волновое число спин–волновой несущей,  $\alpha_{sw}(\omega)$  – декремент затухания спиновой волны, а  $l_{sw}$  – длина пути распространения спиновой волны. СВЧ-сигнал, прошедший спин–волновую линию задержки, подается на СВЧ-усилитель, который компенсирует потери на распространение в элементах кольца. Прохождение сигнала через СВЧ-усилитель описывается волновым множителем  $e^{g(\omega)}$ .

Сигнал на выходе кольцевого резонатора является суперпозицией бесконечного числа затухающих волн, циркулирующих в нем, поэтому коэффициент передачи записан в следующей форме:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{q=1}^{\infty} \mathbf{T}_f^q(\omega) e^{-iq(k_{sw}(\omega) - i\alpha_{sw}(\omega))l_{sw}} e^{q\varphi(\omega)}. \quad (4)$$

Используя вышеописанный математический подход, комплексный коэффициент передачи (1) может быть представлен в виде:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sqrt{|H_p(\omega)|} \exp(i\varphi(\omega)), \quad (5)$$

где  $H_p(\omega)$  – коэффициент передачи по мощности, а  $\varphi(\omega)$  – фазовый набег между входным и выходным сигналами.

Важно отметить, что разработанная теория формирования спектра применима для моделирования передаточных характеристик резонаторов, содержащих не только волоконно-оптические линии задержки, но также и другие оптические линии задержки (например, оптические микроволноводы), а также различные СВЧ линии задержки, например, на основе поверхностных акустических волн.

### 3. Численное моделирование

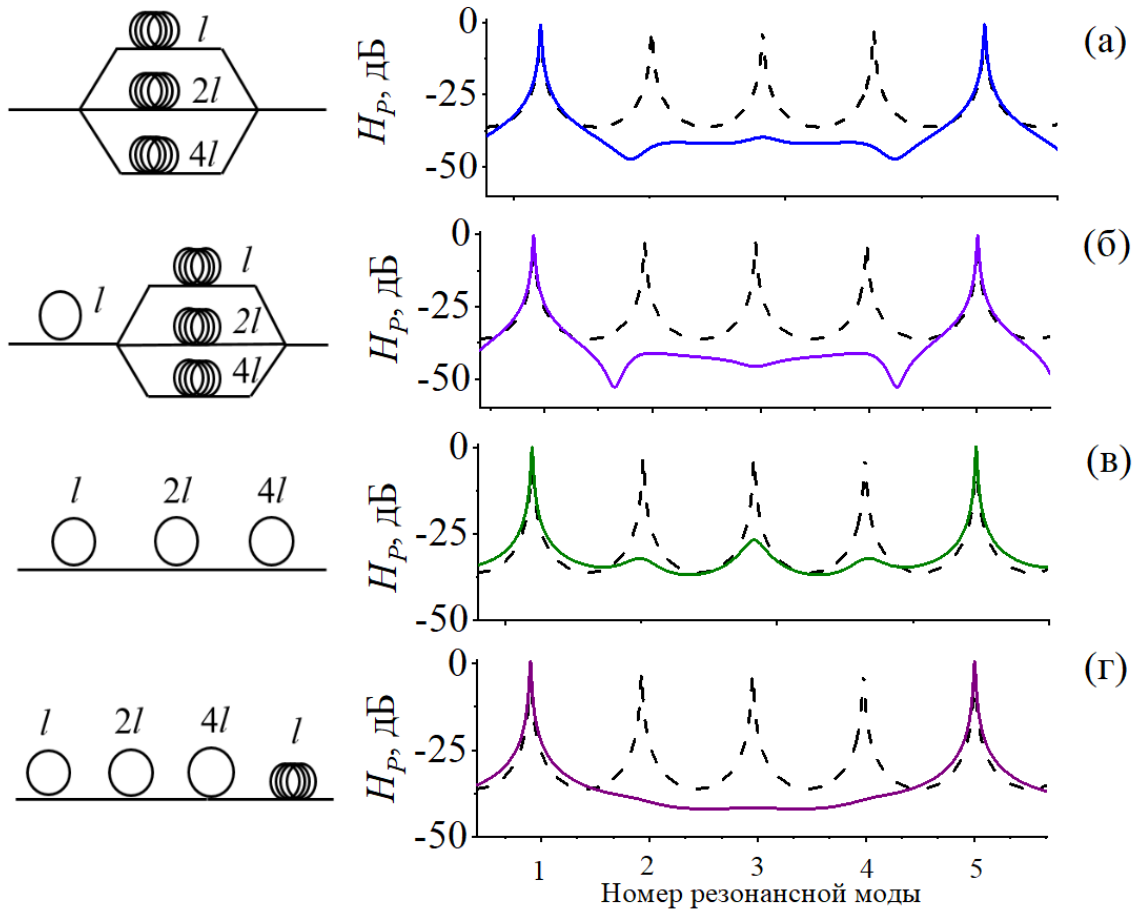
Для упрощения анализа разработанной теории дисперсионные линии задержки как в СВЧ, так и в оптическом трактах рассматривались как бездисперсионные. В качестве частного примера рассмотрим многокольцевой оптоэлектронный резонатор с различными параллельными и последовательными конфигурациями трехкольцевого соединения.

Передаточные характеристики трехкольцевого резонатора, содержащего параллельную конфигурацию оптических линий задержки [19] с длиной  $l$ ,  $2l$  и  $4l$ , с равным делением мощности, были рассчитаны при помощи соотношения (4). Результаты численного расчета показаны сплошной линией на рисунке 2 (а). Для сравнения здесь и далее пунктирными линиями показана передаточная характеристика однокольцевого резонатора, содержащего самую длинную оптическую линию задержки. Видно, что параллельное соединение линий задержки приводит к частотной фильтрации. Подавляются резонансные гармоники, для которых условие синфазного сложения оптических сигналов не выполняется (см. рисунок 2 (а)). Для достижения максимального подавления паразитных гармоник выбирается равное деление мощности между оптическими линиями задержки, а отношение их длин равно двум.

Передаточная характеристика трехкольцевой параллельной конфигурации оптических линий задержки, соединенных последовательно с оптическим кольцом длиной  $l$ , показана на рисунке 2 (б). Видно, что добавление короткого оптического кольца улучшает подавление паразитных гармоник. Другим способом увеличения расстояния между резонансными гармониками и улучшения подавления паразитных гармоник является последовательная конфигурация оптических колец (см. рисунок 2 (в)) [10]. Здесь частотная фильтрация достигается благодаря соблюдению условия резонанса для всех колец. При этом промежуточные резонансные гармоники подавляются хуже, чем в предыдущем случае. Чтобы увеличить подавление промежуточных гармоник к этой конфигурации последовательно подключается дополнительная оптическая линия задержки с длиной  $l$  (см. рисунок 2 (г)). Понятно, что короткая оптическая линия задержки, которая приводит к подавлению паразитных гармоник, фильтрует передаточную характеристику трехкольцевого резонатора.

В заключение отметим, что предложенная общая теория позволяет рассчитать характеристики передачи всех многокольцевых конфигураций. Одним из основных результатов проведенного анализа является то, что в многокольцевых структурах

кольцевой резонатор, имеющий наибольшую длину, обеспечивает самую высокую добротность, тогда как остальные оптические волокна или кольцевые резонаторы обеспечивают подавление паразитных гармоник. Лучшее подавление паразитных гармоник достигается при параллельной конфигурации оптических линий задержки, особенно в случае последовательного соединения с коротким оптическим кольцом (см. рисунок 2 (б)).



**Рисунок 2.** Фрагменты передаточных характеристик, рассчитанных для кольцевых резонаторов, которые содержат: (а) параллельную конфигурацию оптических линий задержки с длиной  $l$ ,  $2l$  и  $4l$ ; (б) комбинацию оптического кольца с длиной  $l$  и параллельной конфигурации трех оптических линий задержки с длинами  $l$ ,  $2l$  и  $4l$ ; (в) последовательную конфигурацию оптических колец длиной  $l$ ,  $2l$  и  $4l$  с коэффициентами связи  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 0.2$ ; (г) комбинацию последовательной конфигурации каскада оптических колец с длинами  $l$ ,  $2l$  и  $4l$  и оптической линии задержки с длиной  $l$ . Для сравнения передаточные характеристики однокольцевого резонатора, содержащего оптическую линию задержки длиной  $4l$ , показаны пунктирными линиями.

### 3. Заключение

Была разработана общая теория передаточных характеристик для многокольцевых структур с учетом дисперсионных свойств волноводов и колец, являющихся их основными элементами. Она была применена для исследования оптического фильтра, состоящего из произвольного числа связанных элементов. В частности, были рассмотрены характеристики передачи многокольцевого оптоэлектронного резонатора в различных параллельных и последовательных трехкольцевых конфигурациях. Показано, что лучшее подавление паразитных гармоник достигается в параллельной конфигурации оптических линий задержки, последовательно

соединенных коротким оптическим кольцом.

Исследование выполнено при поддержке **Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.575.21.0157, уникальный идентификатор RFMEFI57517X0157).**

#### Список литературы

1. Yao, X. S. Optoelectronic microwave oscillator / X. S. Yao, L. Maleki. // J. Opt. Soc. Am. B. – 1996 – vol. 13. – № 8. – pp. 1725-1735.
2. Belkin, M. E. Tunable RF-band optoelectronic oscillator and optoelectronic computer-aided design model for its simulation / M. E. Belkin, [et al.] // Microwave and Optical Technology Letters. –2011. – vol. 53. – № 11. – pp. 2474-2477.
3. Hong, J. Comparison of both type injection locked and parallel dual-loop OEO / J. Hong, [et al.]// Opt.-Int. J. for Light and Elect. Opt. – 2015. – vol. 126. – № 23. – pp. 4410-4413.
4. Eliyahu, D. Low phase noise and spurious level in multi-loop opto-electronic oscillators/ D. Eliyahu, L. Maleki // Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003. Proc. of the 2003 IEEE Int. – 2003. – pp. 405-410.
5. Yao, X. S. Multiloop optoelectronic oscillator/ X. S. Yao, L. Maleki // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 2000. – vol. 36. – № 1. – pp. 79-84.
6. Yang, J. An optical domain combined dual-loop optoelectronic oscillator / J. Yang, [et al.]// IEEE Photonics Technology Letters. –2007. – vol. 19. – Is. 11. – pp. 807-809.
7. Zhu, D. Tunable frequency-quadrupling dual-loop optoelectronic oscillator / D. Zhu, S. Pan, D. Ben // IEEE Photonics Technology Letters. –2012. – vol. 24. – Is. 3. – pp. 194-196.
8. Fan, F. Dual-loop optoelectronic oscillator based on a compact balanced detection scheme / F. Fan, [et al.] // Optical Engineering. – 2017. – vol. 56. – Is. 2. – P. 026107.
9. Saleh K. Optical scattering noise in high Q fiber ring resonators and its effect on optoelectronic oscillator phase noise / K. Saleh, [et al.]// Optics letters. – 2012. – vol. 37. – Is. 4. – pp. 518-520.
10. Liu X. A reconfigurable optoelectronic oscillator based on cascaded coherence-controllable recirculating delay lines / X. Liu, [et al.] // Optics express. – 2012. – vol. 20. – Is. 12. – pp. 13296-13301.
11. Eliyahu D. Resonant widely tunable opto-electronic oscillator / D. Eliyahu, [et al.] // IEEE Photonics Technology Letters. –2013. – vol. 25. – Is. 15. – pp. 1535-1538.
12. Saleh K. Phase noise performance comparison between optoelectronic oscillators based on optical delay lines and whispering gallery mode resonators / K. Saleh, [et al.] // Optics express. – 2014. – vol. 22. – is. 26. – pp. 32158-32173.
13. Hryniewicz, J. V. Higher order filter response in coupled microring resonators / J. V. Hryniewicz, , [et al.] // IEEE Photonics Technology Letters. –2000. – vol. 12. – is. 3. – pp. 320-322.
14. Marpaung, D. Integrated microwave photonics / D. Marpaung, [et al.] // Laser & Photonics Reviews. – 2013. – vol. 7. – is. 4. – pp. 506-538.
15. Zhuang, L., Programmable photonic signal processor chip for radiofrequency applications / L. Zhuang, [et al.] // Optica. –2015. – vol. 2. – is. 10. – pp. 854-859.
16. Pérez, D. Multipurpose silicon photonics signal processor core/ D. Pérez, [et al.] // Nature communications. –2017. – vol. 8. – is. 1. – p. 636.
17. A. B. Ustinov, A. A. Nikitin, and B. A. Kalinikos, "Magnetically Tunable Microwave Spin-Wave Photonic Oscillator/ A. B. Ustinov, A. A. Nikitin, B. A. Kalinikos // IEEE Magnetics Letters. –2015. – vol. 6. – pp. 1-4.
18. Ustinov, A. B. Electronically tunable spin-wave optoelectronic microwave oscillator / A. B. Ustinov, A. A. Nikitin, B. A. Kalinikos // Technical Physics. – 2015. – vol. 60. – is. 9. – pp. 1392-1396.
19. Eliyahu, D. Low phase noise and spurious level in multiloop optoelectronic oscillator / D. Eliyahu, L. Maleki,/ Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum. – 2003. – P. 405-410.
20. Stancil, D. D. Spin Waves: Theory and Applications / D. D. Stancil, A. Prabhakar. – Springer, 2009.
21. Kivshar, Yu. Optical solitons: From fibers to photonic crystals / Yu. Kivshar, G. Agrawal. – Academic Press, Amsterdam, 2003.