

УДК

Формирователь гармонических сигналов на основе перераспределения спектра импульсной последовательности

М.Е. Александрова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Аннотация: в данной работе представлено решение задачи фильтрации сигнала, на основе предварительного подавления не выделяемых гармоник. В теории доказана возможность концентрации основной энергии спектра в любой гармонике. При этом были рассмотрены системы импульсных сигналов, при которых не выделяемые гармоники, находящиеся вблизи фильтруемой гармоники, были сведены к ничтожно малым значениям. Практическое решение данной задачи заключается в том, что при умножении частоты с последующей фильтрацией уже не потребуются высокодобротные контуры, что дает возможность применения малогабаритных вариантов низкодобротной фильтрации сигналов.

Ключевые слова: фильтрация сигнала, добротность контура, импульс, гармоники, коэффициенты, амплитуда.

1. Введение

При умножении частоты на высоких и сверхвысоких частотах, получение радиотехнических сигналов с малым уровнем помех при фильтрации в малогабаритных устройствах микроэлектроники очень важная задача. Фильтры, обладающие высокой добротностью (объемный волноводный резонатор, коаксиальный резонатор, спиральный резонатор) обладают большими габаритами и не применимы в системах микроэлектроники. Сверхпроводящий фильтр, обладающий малыми габаритами и высокой добротностью, требует наличия системы охлаждения, обладающей большими габаритами, и не применим в системах микроэлектроники. ПАВ фильтры обладают малыми габаритами и низкой стоимостью, но с уменьшением размеров ухудшаются параметры этих фильтров, и их можно рассматривать как фильтры с относительно низкой добротностью.

2. Основная часть.

Для разрешения выявленного технологического противоречия, был рассмотрен подход к фильтрации сигнала, основанный на учете перераспределения энергии в его спектре. В зависимости от длительности и периода в импульсной последовательности формируются двух полярные составляющие, которые при суммировании обеспечивают перераспределение спектральной энергии сигнала по гармоникам [1]. Были подобраны системы двух полярных импульсных последовательностей α и β , обеспечивающие концентрацию основной энергии спектра в любой гармонике. Остальные гармоники в этих системах находятся на определенном расстоянии от фильтруемой гармоники [2].

Рассмотрим α -систему изображенную при N нечетном на рисунке 1, при N четном на рисунке 2, где N номер выделяемой гармоники, в которой концентрируется основная энергия спектра. Значение a определяющее положение импульсов на оси t вычисляется по формуле:

$$\alpha = 1 / (3 * N) \quad (1)$$

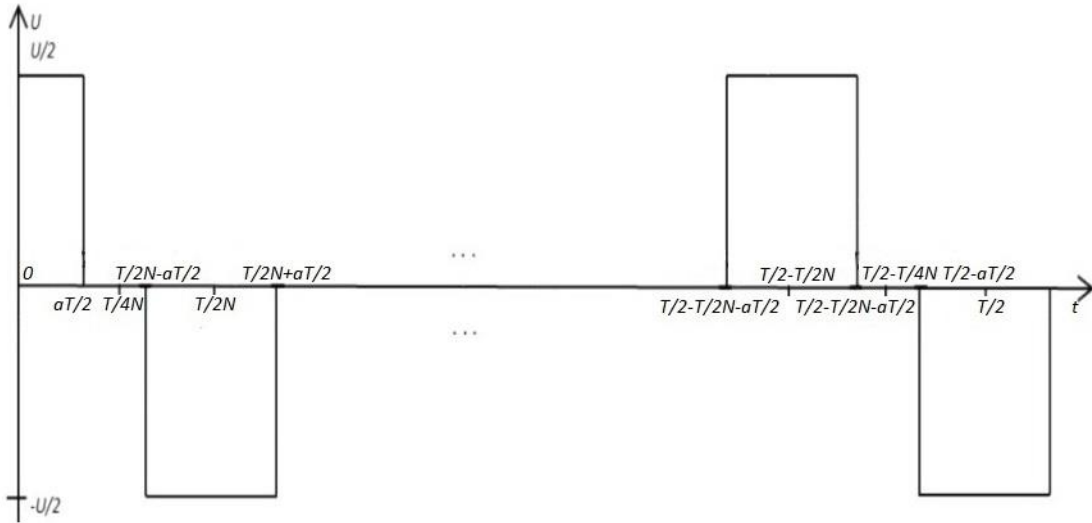


Рисунок 1. Периодическая импульсная последовательность (α -система) при N нечетном.

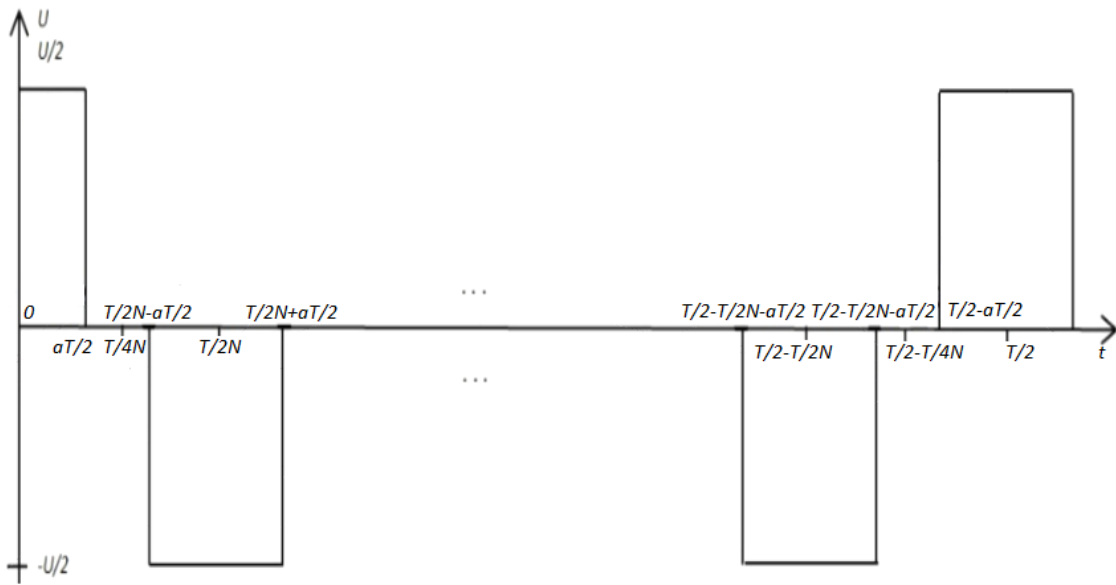


Рисунок 2. Периодическая импульсная последовательность (α -система) при N четном.

Блок-схема получения системы α изображена на рисунке 3.

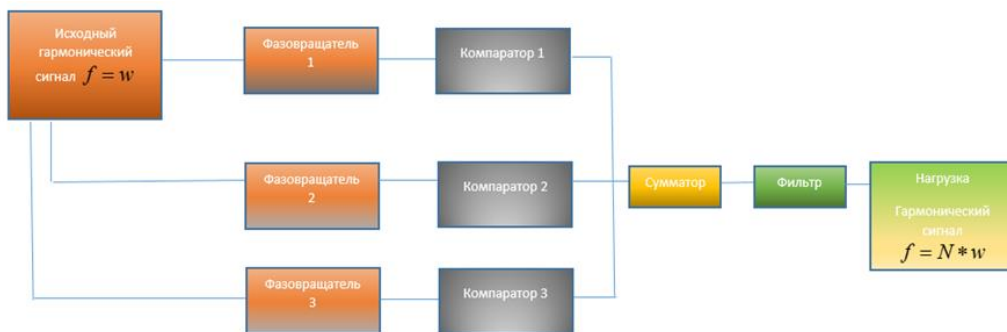


Рисунок 3. Блок-схема получения α -системы.

Амплитуды гармонических составляющих A_n в α -системе при $N=2$ приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов a_n при различных значениях n в системе α .

n	a_n	n	a_n
1	0	11	0
2	0,55	12	0
3	0	13	0
4	0	14	0,07
5	0	15	0
6	0	16	0
7	0	17	0
8	0	18	0
9	0	19	0
10	-0.1	20	0

Недостатком α -системы является достаточно близкое расположение помех в спектре по отношению к выделяемой гармонике. Для решения этой проблемы была подобрана система, назовем ее α_1 . По расположению гармоник в спектре помехи отстоят дальше от выделяемой гармонике. На рисунке 4 представлена α_1 -система при $N = 2$. Система симметрична относительно оси OU .

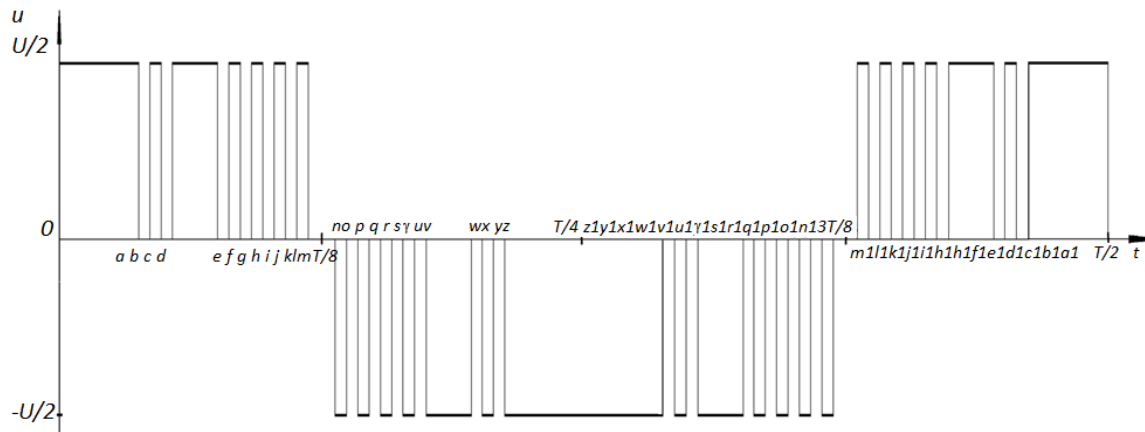


Рисунок 4. Периодическая импульсная последовательность (α_1 -система).

Спектр данной периодической последовательности на интервале $(0, T/2)$ описывается функцией:

$$u(t) = \begin{cases} U/2 \text{ нпу } 0 \leq t \leq a, b \leq t \leq c, d \leq t \leq e, \\ f \leq t \leq g, h \leq t \leq i, j \leq t \leq k, l \leq t \leq m \\ -U/2 \text{ нпу } n \leq t \leq o, p \leq t \leq q, r \leq t \leq s, \\ \gamma \leq t \leq u, v \leq t \leq w, x \leq t \leq y, z \leq t \leq T/4 \\ U/2 \text{ нпу } T/2 \leq t \leq a_1, b_1 \leq t \leq c_1, d_1 \leq t \leq e_1, \\ f_1 \leq t \leq g_1, h_1 \leq t \leq i_1, j_1 \leq t \leq k_1, l_1 \leq t \leq m_1 \\ -U/2 \text{ нпу } n_1 \leq t \leq o_1, p_1 \leq t \leq q_1, r_1 \leq t \leq s_1, \\ \gamma_1 \leq t \leq u_1, v_1 \leq t \leq w_1, x_1 \leq t \leq y_1, z_1 \leq t \leq T/4 \\ 0, \text{ при других значениях } t \end{cases} \quad (2)$$

Данная функция $u(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле [3].

Значения $a-z_1$, определяющие положение импульсов на оси t , приведены в таблице 2.

Таблица 2. Значения $a-z_1$.

$a = a_2 T/2$	$a_2 = 1/10$	$z = z_2 T/2$	$z_2 = 1/2 - a_2$
$b = b_2 T/2$	$b_2 = 23/210$	$x = x_2 T/2$	$x_2 = 1/2 - b_2$
$c = c_2 T/2$	$c_2 = 5/42$	$y = y_2 T/2$	$y_2 = 1/2 - c_2$
$d = d_2 T/2$	$d_2 = 26/210$	$w = w_2 T/2$	$w_2 = 1/2 - d_2$
$e = e_2 T/2$	$e_2 = 31/210$	$v = v_2 T/2$	$v_2 = 1/2 - e_2$
$f = f_2 T/2$	$f_2 = 32/210$	$u = u_2 T/2$	$u_2 = 1/2 - f_2$
$g = g_2 T/2$	$g_2 = 1/6$	$\gamma = \gamma_2 T/2$	$\gamma_2 = 1/2 - g_2$
$h = h_2 T/2$	$h_2 = 38/210$	$s = s_2 T/2$	$s_2 = 1/2 - h_2$
$i = i_2 T/2$	$i_2 = 13/70$	$r = r_2 T/2$	$r_2 = 1/2 - i_2$
$j = j_2 T/2$	$j_2 = 44/210$	$q = q_2 T/2$	$q_2 = 1/2 - j_2$
$k = k_2 T/2$	$k_2 = 3/14$	$p = p_2 T/2$	$p_2 = 1/2 - k_2$
$l = l_2 T/2$	$l_2 = 47/210$	$o = o_2 T/2$	$o_2 = 1/2 - l_2$
$m = m_2 T/2$	$m_2 = 7/30$	$n = n_2 T/2$	$n_2 = 1/2 - m_2$
$z_1 = z_{1_2} T/2$	$z_{1_2} = 1/2 - a_2$	$a_1 = a_{1_2} T/2$	$a_{1_2} = 1 - a_2$
$x_1 = x_{1_2} T/2$	$x_{1_2} = 1/2 - b_2$	$b_1 = b_{1_2} T/2$	$b_{1_2} = 1 - b_2$
$y_1 = y_{1_2} T/2$	$y_{1_2} = 1/2 - c_2$	$c_1 = c_{1_2} T/2$	$c_{1_2} = 1 - c_2$
$w_1 = w_{1_2} T/2$	$w_{1_2} = 1/2 - d_2$	$d_1 = d_{1_2} T/2$	$d_{1_2} = 1 - d_2$
$v_1 = v_{1_2} T/2$	$v_{1_2} = 1/2 - e_2$	$e_1 = e_{1_2} T/2$	$e_{1_2} = 1 - e_2$
$u_1 = u_{1_2} T/2$	$u_{1_2} = 1/2 - f_2$	$f_1 = f_{1_2} T/2$	$f_{1_2} = 1 - f_2$
$\gamma_1 = \gamma_{1_2} T/2$	$\gamma_{1_2} = 1/2 - g_2$	$g_1 = g_{1_2} T/2$	$g_{1_2} = 1 - g_2$
$s_1 = s_{1_2} T/2$	$s_{1_2} = 1/2 - h_2$	$h_1 = h_{1_2} T/2$	$h_{1_2} = 1 - h_2$
$r_1 = r_{1_2} T/2$	$r_{1_2} = 1/2 - i_2$	$i_1 = i_{1_2} T/2$	$i_{1_2} = 1 - i_2$
$q_1 = q_{1_2} T/2$	$q_{1_2} = 1/2 - j_2$	$j_1 = j_{1_2} T/2$	$j_{1_2} = 1 - j_2$

$$\begin{array}{llll}
p_1 = p_{1_2} T / 2 & p_{1_2} = 1/2 - k_2 & k_1 = k_{1_2} T / 2 & k_{1_2} = 1 - k_2 \\
o_1 = o_{1_2} T / 2 & o_{1_2} = 1/2 - l_2 & l_1 = l_{1_2} T / 2 & l_{1_2} = 1 - l_2 \\
n_1 = n_{1_2} T / 2 & n_{1_2} = 1/2 - m_2 & m_1 = m_{1_2} T / 2 & m_{1_2} = 1 - m_2
\end{array}$$

Поскольку функция $u(t)$ является четной, то ряд Фурье содержит только постоянные и косинусоидальные составляющие. Коэффициенты a_n рассматриваемого ряда при $U=1В$, $T=1с$ вычислен по методике из [1].

$$\begin{aligned}
a_n = & (1/10) * \sin(n * \pi * (1/10)) / (n * \pi * (1/10)) + (5/42) * \sin(n * \pi * \\
& * (5/42)) / (n * \pi * (5/42)) - (23/210) * \sin(n * \pi * (23/210)) / (n * \pi * (23/210)) + (1/6) * \sin(n * \pi * \\
& * (1/6)) / (n * \pi * (1/6)) - (32/210) * \sin(n * \pi * (32/210)) / (n * \pi * (32/210)) + (3/14) * \sin(n * \pi * \\
& * (3/14)) / (n * \pi * (3/14)) - (44/210) * \sin(n * \pi * (44/210)) / (n * \pi * (44/210)) + (7/30) * \sin(n * \pi * \\
& * (7/30)) / (n * \pi * (7/30)) - (47/210) * \sin(n * \pi * (47/210)) / (n * \pi * (47/210)) + (31/210) * \sin(n * \pi * \\
& * (31/210)) / (n * \pi * (31/210)) - (26/210) * \sin(n * \pi * (26/210)) / (n * \pi * (26/210)) + (13/70) * \\
& * \sin(n * \pi * (13/70)) / (n * \pi * (13/70)) - (38/210) * \sin(n * \pi * (38/210)) / (n * \pi * (38/210)) - ((1/2) * \\
& * \sin(n * \pi * (1/2)) / (n * \pi * (1/2)) - (2/5) * \sin(n * \pi * (2/5)) / (n * \pi * (2/5)) - (1/2 - 5/42) * \sin(n * \pi * \\
& * (1/2 - 5/42)) / (n * \pi * (1/2 - 5/42)) + (1/2 - 23/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 23/210)) / (n * \pi * (1/2 - 23/210)) - \\
& - (1/2 - 32/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 32/210)) / (n * \pi * (1/2 - 32/210)) - (1/2 - 3/14) * \sin(n * \pi * \\
& * (1/2 - 3/14)) / (n * \pi * (1/2 - 3/14)) + (1/2 - 1/6) * \sin(n * \pi * (1/2 - 1/6)) / (n * \pi * (1/2 - 1/6)) + \\
& + (1/2 - 44/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 44/210)) / (n * \pi * (1/2 - 44/210)) - (1/2 - 7/30) * \sin(n * \pi * \\
& * (1/2 - 7/30)) / (n * \pi * (1/2 - 7/30)) + (1/2 - 47/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 47/210)) / (n * \pi * \\
& * (1/2 - 47/210)) - (1/2 - 31/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 31/210)) / (n * \pi * (1/2 - 31/210)) + (1/2 - 26/210) * \\
& * \sin(n * \pi * (1/2 - 26/210)) / (n * \pi * (1/2 - 26/210)) - (1/2 - 13/70) * \sin(n * \pi * (1/2 - 13/70)) / (n * \\
& * \pi * (1/2 - 13/70)) + (1/2 - 26/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 26/210)) / (n * \pi * (1/2 - 26/210)) - (1/2 - \\
& - 13/70) * \sin(n * \pi * (1/2 - 13/70)) / (n * \pi * (1/2 - 13/70)) + (1/2 - 38/210) * \sin(n * \pi * (1/2 - 38/210)) / (n * \\
& * \pi * (1/2 - 38/210)) - ((1/2) * \sin(n * \pi * (1/2)) / (n * \pi * (1/2)) + (1/2 + 1/10) * \sin(n * \pi * (1/2 + 1/10)) / (n * \\
& * \pi * (1/2 + 1/10)) + (1/2 + 23/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 23/210)) / (n * \pi * (1/2 + 23/210)) + (1/2 + 1/6) * \sin(n * \\
& * \pi * (1/2 + 1/6)) / (n * \pi * (1/2 + 1/6)) - (1/2 + 5/42) * \sin(n * \pi * (1/2 + 5/42)) / (n * \pi * (1/2 + 5/42)) - (1/2 + \\
& + 32/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 32/210)) / (n * \pi * (1/2 + 32/210)) + (1/2 + 3/14) * \sin(n * \pi * (1/2 + 3/14)) / (n * \\
& \pi * (1/2 + 3/14)) - (1/2 + 44/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 44/210)) / (n * \pi * (1/2 + 44/210)) + (1/2 + \\
& + 47/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 47/210)) / (n * \pi * (1/2 + 47/210)) + (1/2 + 31/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 31/210)) / (n * \\
& \pi * (1/2 + 31/210)) - (1/2 + 7/30) * \sin(n * \pi * (1/2 + 7/30)) / (n * \pi * (1/2 + 7/30)) - (1/2 + 26/210) * \\
& * \sin(n * \pi * (1/2 + 26/210)) / (n * \pi * (1/2 + 26/210)) + (1/2 + 13/70) * \sin(n * \pi * (1/2 + 13/70)) / (n * \pi * (1/2 + 13/70)) - \\
& (1/2 + 38/210) * \sin(n * \pi * (1/2 + 38/210)) / (n * \pi * (1/2 + 38/210)) + ((1) * \sin(n * \pi * (1)) / (n * \pi * (1)) - (1 - 1/10) * \\
& * \sin(n * \pi * (1 - 1/10)) / (n * \pi * (1 - 1/10)) - (1 - 5/42) * \sin(n * \pi * (1 - 5/42)) / (n * \pi * (1 - 5/42)) + \\
& + (1 - 23/210) * \sin(n * \pi * (1 - 23/210)) / (n * \pi * (1 - 23/210)) - (1 - 1/6) * \sin(n * \pi * (1 - 1/6)) / (n * \pi * \\
& * (1 - 1/6)) + (1 - 32/210) * \sin(n * \pi * (1 - 32/210)) / (n * \pi * (1 - 32/210)) - (1 - 3/14) * \sin(n * \pi * (1 - 3/14)) / (n * \pi * \\
& * (1 - 3/14)) + (1 - 44/210) * \sin(n * \pi * (1 - 44/210)) / (n * \pi * (1 - 44/210)) - (1 - 7/30) * \\
& * \sin(n * \pi * (1 - 7/30)) / (n * \pi * (1 - 7/30)) + (1 - 47/210) * \sin(n * \pi * (1 - 47/210)) / (n * \pi * (1 - 47/210)) - \\
& - (1 - 31/210) * \sin(n * \pi * (1 - 31/210)) / (n * \pi * (1 - 31/210)) + (1 - 26/210) * \\
& * \sin(n * \pi * (1 - 26/210)) / (n * \pi * (1 - 26/210)) - (1 - 13/70) * \\
& * \sin(n * \pi * (1 - 13/70)) / (n * \pi * (1 - 13/70)) + (1 - 38/210) * \sin(n * \pi * (1 - 38/210)) / (n * \pi * (1 - 38/210))
\end{aligned} \tag{3}$$

Значения коэффициентов a_n при различных значениях n приведены в таблице 3. Спектр системы α_1 приведен на рисунке 5. Амплитуды гармонических составляющих A_n равны по модулю значениям из таблицы 3.

Таблица 3. Значения коэффициентов a_n при различных значениях n в системе α_1 .

n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	0	11	0	21	0
2	0,51	12	0	22	-0,08
3	0	13	0	23	0
4	0	14	0	24	0
5	0	15	0	25	0
6	0	16	0	26	0,09
7	0	17	0	27	0
8	0	18	0	28	0
9	0	19	0	29	0
10	0	20	0	30	0

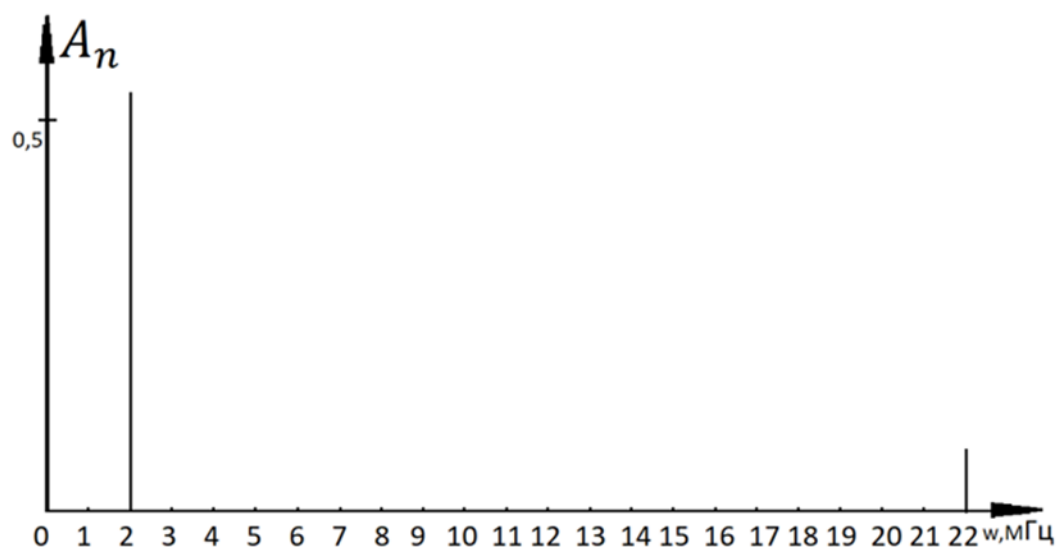


Рисунок 5. Спектр системы α_1 .

3. Заключение

Анализ полученных результатов показал, что в новой системе основная энергия спектра сконцентрирована в выделяемой гармонике N . Остальные гармоники спектра находятся на расстоянии $11 \cdot N$ от выделяемой гармоники. При таком расположении гармоник при фильтрации возможно использование низкодобротных фильтров.

Список литературы

1. Алексадрова, М.Е. Задача фильтрации сигнала на основе предварительного подавления не выделяемых гармоник / М.Е. Алексадрова // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки». – 2017. – №12. – С.30 – 34.
2. Алексадрова, М.Е. Умножение частоты в высокостабильных кварцевых генераторах на основе перераспределения энергии в спектре по гармоникам / М.Е. Алексадрова // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки». – 2018. – №7. – С.49-60.
3. Вадутов, О.С. Математические основы обработки сигналов: Учебное пособие / О.С. Вадутов. – Томск: «Издательство Томского политехнического университета». – 2014. – 102 с.