

# Синтез цифрового адаптивного фильтра-корректора для сигналов, распространяющихся в средах с частотной дисперсией фазовой скорости

А.А. Кальщиков

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

**Аннотация:** повышение помехоустойчивости и эффективности радиотехнических систем занимает центральное место в современной теории и технике передачи информации. По мере увеличения скорости передачи информации увеличивается влияние дисперсионных характеристик канала связи, проявляющиеся в искажении формы передаваемого сигнала. Эти искажения могут сделать невозможным извлечение переданной информации из принятого сигнала. Однако необходимость повышения пропускной способности каналов связи является неотъемлемым условием прогресса. Поэтому развитие методов обработки широкополосных сигналов при наличии существенной частотной дисперсии в канале связи представляет практический интерес. Предложена структурная схема и алгоритм расчета весовых коэффициентов фильтра-корректора. Произведена оценка порядка фильтра.

**Ключевые слова:** дисперсия, фазовая скорость, линеаризация, КИХ-фильтр

## 1. Введение

В традиционной радиолокации с сильно выраженной частотной дисперсией фазовой скорости (ЧДФС) приходится встречаться не так часто, например, в задачах распространения электромагнитных волн в ионосфере, или в задачах радиолокационного подповерхностного зондирования. ЧДФС не позволяет использовать широкополосные сигналы, поэтому развитие методов обработки широкополосных сигналов при наличии существенной частотной дисперсии представляет практический интерес.

Если в среде распространения зондирующего импульса (ЗИ) по некоторому критерию можно ввести понятие групповой задержки, то можно и оценить положение объекта по времени запаздывания эхо-сигнала. Однако в средах с частотной дисперсией использование сложных широкополосных сигналов, например, в части согласованной фильтрации или оценки времени задержки, затруднительно из-за искажений эхо-сигнала. Это приводит, во-первых, к проигрышу в отношении сигнал/шум, а во-вторых, к систематической ошибке определения местоположения объекта.

## 2. Исходные данные

Рассмотрим влияние ЧДФС линии передачи канала связи. Ради простоты, будем считать, что линия передачи не имеет потерь. В таком случае комплексный коэффициент передачи канала связи длиной  $L$  равен

$$\dot{K}(j\omega) = \exp(-j\beta(\omega)L),$$

где  $\beta(\omega)$  – продольное волновое число линии передачи,  $v_{ph}(\omega) = \omega/\beta(\omega)$  – фазовая скорость. Продольное волновое число можно разложить в ряд Тейлора вокруг несущей частоты сигнала  $\omega_0$  [1]

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \left. \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Omega + \frac{d^2\beta(\omega)}{2!d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Omega^2 + \dots + R_n(\Omega),$$

где  $\Omega = \omega - \omega_0$ ,  $R_n(\Omega) \leq \frac{|\Omega|^n}{n!} \sup_{0 < \xi < \Omega} \left| \frac{d^n \beta}{d\omega^n} \right|_{\xi}$  – остаточный член ряда.

Для случая слабой дисперсии ограничиваются первым слагаемым и вводят групповую скорость

$$V(\omega) = d\omega/d\beta.$$

Для линии заданной длины  $L$  вводится время групповой задержки

$$\tau(x, \omega) = x/V(\omega).$$

Если продольное волновое число  $\beta(\omega)$  и длина трассы  $L$  заданы, то задача коррекции искажений сигнала может быть решена. Для уменьшения влияния ЧДФС в таких условиях активно разрабатывались методы синтеза фильтров-корректоров как во временной, так и в частотной областях [2, 3]. Для линии передачи без потерь будет представлять собой фазовый корректор с фазочастотной характеристики (ФЧХ)

$$\Phi_{cor}(\omega) = \beta(\omega)L.$$

Задача может также быть решена, если форма переданного сигнала задана, в то время как длина трассы неизвестна. Такая ситуация характерна для разнообразных локационных систем.

Для систем, которые работают от задающего синхроимпульса, возможен синтез адаптивного фильтра-корректора, который будет корректировать входной сигнал в соответствии с установленной моделью дисперсии.

Пример кинематики такой системы изображён на рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, где СИ – синхроимпульс, ЗИ – интервал излучения зондирующего импульса, РД – рабочий интервал (эхо отклик ЗИ), где происходит коррекция сигнала.

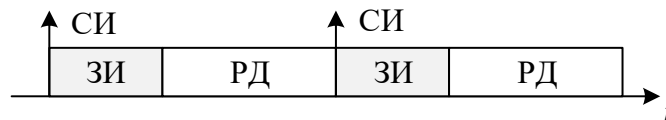


Рисунок 1. Кинематика обзора

На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** изображена структурная схема прохождения ЗИ в канале связи. При распространении ЗИ в канале связи будем считать, что заранее известно его волновое число, но неизвестна заранее длина канала связи.

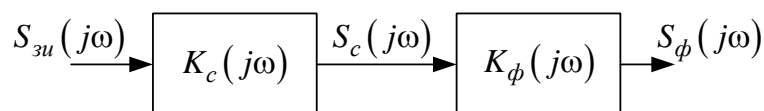


Рисунок 2. Структурная схема канала связи с фильтром-корректором

Здесь  $S_{zi}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{zi}(t)e^{-j\omega t} dt$  – спектральная плотность (СП) ЗИ;

спектральные плотности:  $S_c(j\omega)$  – сигнала на выходе канала связи;  $S_\phi(j\omega)$  – сигнала на выходе фильтра-корректора;

комплексные коэффициенты передачи:  $K_c(j\omega)$  – канала связи длиной  $L$ ;  $K_\phi(j\omega)$  – фильтра-корректора соответственно;

### 3. Синтез адаптивного фильтра-корректора

Для проведения линеаризации ФЧХ приведём зависимость групповой скорости к постоянной величине в рабочей полосе частот  $\Pi \in [\omega_n, \omega_e]$ , что равносильно компенсации неравномерности  $\tau(x, \omega)$ .

Пусть  $V_{\max} = \max(V(\omega))$ ,  $V_{\min} = \min(V(\omega))$  – максимальная и минимальная групповые скорости в полосе частот  $\Pi$ , тогда  $\tau_{\max}(x) = x/V_{\min}$  – время максимальной задержки ВФ на расстоянии  $x$  от излучателя. Очевидно, что для выравнивания ВФ необходимо задержать более быстрые спектральные составляющие на время

$$\Delta\tau(x, \omega) = \tau_{\max}(x) - \tau(x, \omega).$$

Таким образом зависимость групповой скорости приводится к величине  $V_{\min}$ . В этом случае пространственная координата  $x$ , определяющая положение ВФ, связывается со временем  $t$ , прошедшим с начала излучение ЗИ, простым соотношением  $x = V_{\min}t$ . Следовательно, зависимость времени задержки для выравнивания каждой спектральной составляющей описываются следующим выражением

$$\Delta\tau(\omega, t) = [1 - V_{\min}/V(\omega)]t. \quad (1)$$

Зависимость (1) содержит в качестве параметра время  $t$ , причём момент времени  $t=0$  соответствует началу излучения ЗИ. Следовательно, коэффициенты фильтра-корректора будут меняться во времени. Поскольку основная задача такого фильтра задерживать сигналы с определённой частотной зависимостью, то фильтр-корректор лучше выполнить на основе КИХ-фильтра [4].

Поскольку АЧХ канала связи для простоты считается равномерной, то в этом случае коэффициенты адаптивного фильтра-корректора (АФК) рассчитываются в частотной области согласно следующему выражению

$$K_\phi(j\omega) \equiv \dot{B}(\omega, t) = \exp(j\phi(\omega, t)).$$

Групповое время задержки связывается с ФЧХ следующим выражением [5]

$$\tau_z(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega},$$

Таким образом

$$\phi(\omega, t) = -\int_{\omega_n}^{\omega} \Delta\tau(\Omega, t) d\Omega. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2) получаем, что

$$\phi(\omega, t) = t \left[ V_{\min} (\beta(\omega) - \beta(\omega_n)) - (\omega - \omega_n) \right].$$

Для наглядности будем считать, что  $\omega_n = 0$  и  $\beta(\omega_n) = 0$ . В этом случае

$$\phi(\omega, t) = t (V_{\min} \beta(\omega) - \omega),$$

таким образом

$$K_\phi(j\omega) = e^{j\phi(\omega, t)} = e^{j(V_{\min}\beta(\omega) - \omega)t}. \quad (3)$$

Очевидно, что при идеальной коррекции ЗИ, прошедшего через канал связи, СП на выходе фильтра-корректора примет вид

$$S_{\phi}(j\omega) = S_{zu}(j\omega)e^{-j\omega t_s}. \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) и (4) в (Ошибка! Источник ссылки не найден.-  
Ошибка! Источник ссылки не найден.) получим

$$S_{\phi}(j\omega) = S_{zu}(j\omega)K_c(j\omega)K_{\phi}(j\omega),$$

$$S_{zu}(j\omega)e^{-j\omega t_s} = S_{zu}(j\omega)e^{-j\beta(\omega)(L-tV_{\min})}e^{-j\omega t}. \quad (5)$$

Анализируя выражение (5) очевидно, что дисперсия будет скорректирована в момент времени  $t = t_s = L/V_{\min}$ .

Поскольку АФК приводит групповую скорость к величине  $V_{\min}$ , то теперь для импульсного локатора возможно оценивать положение объекта в средах с дисперсией согласно выражению  $x = V_{\min}t_s/2$ , где  $t_s$  – время задержки ЗИ.

Поскольку фильтр-корректор выравнивает задержки спектральных составляющих, то его порядок  $N$  определяется максимальной дистанцией зоны контроля  $x_{\max}$ , интервалом неравномерности групповой скорости в канале распространения сигнала  $\Delta V = V_{\max} - V_{\min}$  и частотой дискретизации видео сигнала  $f_s = 2(f_g - f_n)$ .

Для спектральной составляющей за один дискрет фильтр-корректор может осуществить задержку, соответствующую дальности  $\Delta x = \Delta V/f_s$ , соответственно порядок фильтра определяется выражением

$$N = \frac{x_{\max}}{\Delta x} = f_s \frac{x_{\max}}{V_{\max} - V_{\min}}.$$

Поскольку коэффициенты АФК необходимо менять непрерывно, то его возможно реализовать только в цифровой форме. Запишем выражение для вычисления коэффициентов АФК в дискретные моменты времени  $t = k/f_s$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$\dot{b}_n(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \dot{B}_m(k) \exp\left(j \frac{2\pi}{N} nm\right), \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (6)$$

$$\dot{B}_m(k) = \exp(j\phi_m(k)), \quad \phi_m(k) = \left[ V_{\min} (\beta(m\Delta\omega) - \beta(\omega_n)) - (m\Delta\omega - \omega_n) \right] k/f_s,$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_g - \omega_n}{N-1}.$$

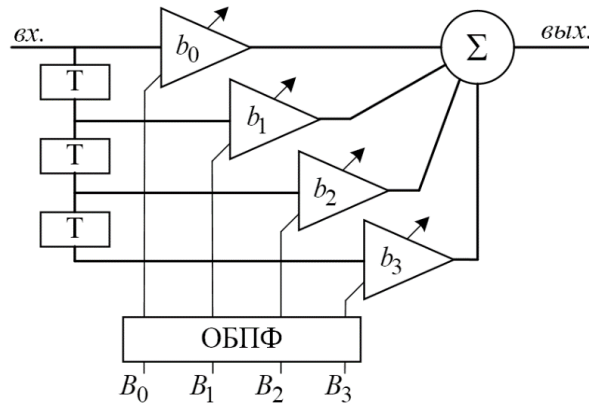
Коэффициенты фильтра-корректора в выражении (6) представлены через прямое дискретное преобразование Фурье. На практике удобно реализовать вычисление этих коэффициентов через алгоритм обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ).

Основным требованием к синтезируемому фильтру-корректору является возможность его работы в реальном времени, что приводит к выбору конвейерной вычислительной схемы. Возможный способ реализации такого фильтра для быстродействующих схем осуществим на основе программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС).

Если дисперсия канала связи постоянна, то лучше выбрать рекурсивную структурную схему фильтра-корректора, это позволит уменьшить порядок фильтра для дости-

жения требуемых результатов. В случае, когда необходимо постоянно менять коэффициенты фильтра, то целесообразно выбрать структуру КИХ-фильтра [6].

На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.** изображена структурная схема адаптивного фильтра-корректора, представляющая фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр) с параметрами зависящими от времени, для наглядности выбран порядок  $N = 4$ .



**Рисунок 3.** Структурная схема адаптивного фильтра-корректора

На вход АФК поступают комплексные отсчёты входного сигнала (квадратурная и синфазная составляющие), для каждого отсчёта времени рассчитываются коэффициенты коррекции в спектральной области  $B_0, B_1, \dots, B_n$  и затем, с помощью ОБПФ пересчитываются во временную область  $b_0, b_1, \dots, b_n$ . Таким образом в фильтре происходит компенсация нелинейного фазового набега для ЗИ.

#### 4. Заключение

Предложенный адаптивный фильтр-корректор находит эффективное применение, когда заранее возможно измерить волновое число канала распространения сигнала экспериментальным путём. В случае невозможности проведения эмпирических измерений, можно воспользоваться математической моделью, которая может быть получена не только аналитическим путём, а также с помощью компьютерного моделирования.

Одним из интересных применений АФК может быть модовая селекция. Поскольку в канале распространения сигнала каждая мода имеет свою зависимость групповой скорости от частоты, то АФК будет дополнительно разрушать спектральную структуру ЗИ для ненастроенных мод, тем самым ухудшая отношение сигнал/шум парциальной моды. Эта задача требует дополнительной проработки.

#### Список литературы

1. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974.
2. Ю. А. Гребенко, Р. И. Поляк. Линеаризация фазочастотной характеристики комплексного аналогового полосового фильтра // Вестник Московского энергетического института, 2015 – № 4.
3. J. L. Volakis, J. D. Young. Phase linearization of a broad-band antenna response in time domain. IEEE Antennas and propagation, vol. 30, № 2, 1982.
4. T. Xu, G. Jacobsen, S. Popov. Chromatic dispersion compensation in coherent trans-mission system using digital filters. Optics express, vol. 18, №15, 2010.
5. С. И. Баскаков. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2003.
6. T. Michalowski. Fractional delay digital filters, Applications of MATLAB in Science and Engineering. Intech, 2011.