

Медведева В.В.¹, Гагарин А.Г.¹, Козырев А.Б.^{1,2}

¹Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

²Дагестанский государственный университет народного хозяйства

Оценка эффективности сжатия фронта импульса в нелинейной линии передачи

Представлена оценка эффективности сжатия фронта импульса в нелинейных линиях передачи на основе: регулярной линии передачи с нелинейной эффективной диэлектрической проницаемостью; линии передачи периодически нагруженной нелинейными емкостями; нагруженной линии передачи с переменной частотой отсечки звеньев. Показано, что при равных управляемостях и характеристических импедансах в линиях различных типов, эффективность сжатия определяется исключительно длиной линии передачи.

Ключевые слова: нелинейная линия передачи, сжатие импульса, периодически нагруженная линия передачи, электрически управляемый конденсатор.

Нелинейной линией передачи (НЛП) называется линия, характеристические параметры которой (волновое сопротивление и скорость распространения сигнала) зависят от величины распространяющегося сигнала. Нелинейность может возникать как по электрическому, так и по магнитному полю. НЛП могут быть выполнены как:

- однородные распределенные структуры (регулярные линии передачи), в которых погонные параметры зависят, соответственно, от напряженности магнитного или электрического поля распространяющегося вдоль НЛП сигнала.
- линии, периодически нагруженные нелинейными элементами (конденсаторами).
- электрические схемы на сосредоточенных элементах, содержащие n LC-секций с нелинейными конденсаторами.

Однородные НЛП с распределенными параметрами обладают слабой дисперсией. НЛП, построенные как линии, периодически нагруженные нелинейными элементами, обладают частотой отсечки, вблизи которой характеризуются сильной дисперсией, однако на частотах ниже частоты отсечки могут также рассматриваться как бездисперсионные. НЛП с сильной дисперсией используются для генерации солитонов. Темой данной работы являются НЛП в бездисперсионном режиме, предназначенные для сжатия (сокращения длительности) фронта импульсных сигналов [1, 2].

Полный теоретический анализ НЛП требует решения системы нелинейных дифференциального уравнения для распространяющегося вдоль НЛП сигнала с учетом потерь и дисперсии [3]. Здесь мы ограничимся упрощенным анализом, учитывающим только электрическую нелинейность (зависимость диэлектрической проницаемости или ёмкости от электрического поля), не учитывающим потерь в линии и позволяющим оценить эффективность сжатия фронта импульса. Результаты анализа справедливы для различных типов НЛП, вне зависимости от принципа действия нелинейной среды или элементов.

Принцип работы рассматриваемых НЛП основывается на зависимости от напряжения скорости, $v(U)$, распространения электромагнитной волны в регулярной (полосковая,

копланарная) линии передачи и времени задержки на звено, $\tau(U)$, в линии передачи на сосредоточенных элементах:

$$v(U) = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon(U)}}, \quad \tau(U) = \sqrt{LC(U)},$$

где $\mu, \varepsilon(U)$ – эффективные диэлектрические и магнитные проницаемости распределенной НЛП; $L, C(U)$ – индуктивность и емкость звена НЛП на сосредоточенных элементах; U – напряжение распространяющегося вдоль НЛП сигнала. Как результат уменьшения емкости при увеличении напряжения различные участки фронта сигнала распространяются вдоль НЛП с различными скоростями, что приводит к сжатию фронта по мере прохождения сигнала по НЛП (от 0 до l вдоль оси z). Рис. 1 иллюстрирует эволюцию фронта ступенчатого напряжения при прохождении через НЛП.

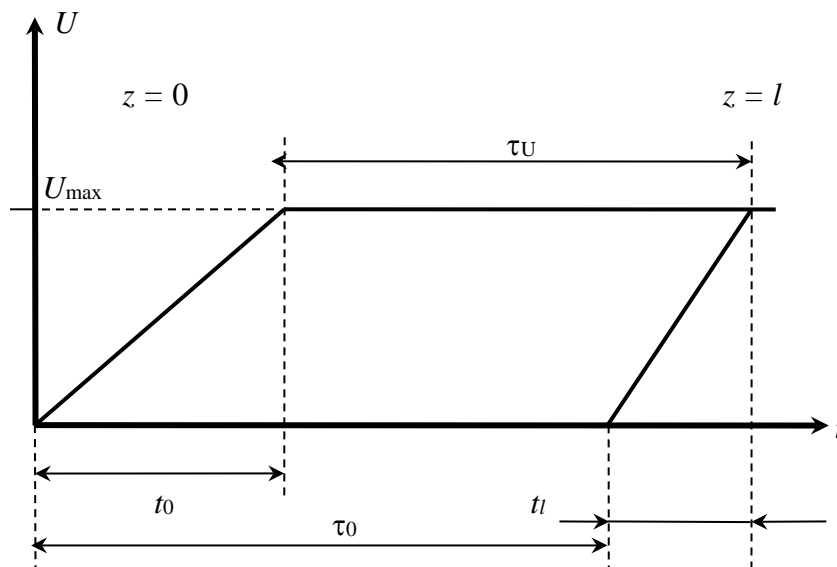


Рис. 1. Сжатие фронта импульса в НЛП.

Характеристикой нелинейного элемента (нелинейной среды), лежащего в основе линии передачи, является изменение его основного параметра (ёмкости C или эффективной диэлектрической проницаемости ε) под действием сигнала, проходящего по линии. Нелинейность ёмкости может быть охарактеризована обратной управляемостью $1/K(U) = q(U) = C(U)/C(0)$, где $C(0)$ – ёмкость при отсутствии сигнала (нулевом напряжении), а $C(U)$ – ёмкость при подаче напряжения U . Аналогично может быть задана обратная управляемость по диэлектрической проницаемости $q(U) = \varepsilon(U)/\varepsilon(0)$. Будем считать, что управляемости по ε и по C совпадают, что можно допустить в случае, если планарная ёмкость и регулярная планарная линия передачи содержат в своей основе один и тот же нелинейный диэлектрик. В общем случае, нелинейность может иметь любую природу и, соответственно, любую зависимость $q(U)$.

Обозначим начальную длительность фронта импульса t_0 . Каждая временная точка фронта импульса после начальной распространяется со своим временем задержки $\tau(U)$. Время распространения начала импульса (амплитуда равна нулю) – наибольшее $\tau(0) = \tau_0$. Время распространения максимума импульса – наименьшее $\tau(U_{\max}) = \tau_U$. Время распространения вершины импульса меньше, чем время распространения начала импульса, таким образом, передний фронт импульса сжимается. Разница между временем распространения начала импульса и его максимума – сжатие импульса $\Delta t = \tau_0 - \tau_U$.

Регулярная НЛП. Время распространения сигнала вдоль регулярной линии передачи длиной l равно $\tau_l = l/v$, где v – скорость распространения сигнала. Скорость

распространения сигнала в линии с эффективной диэлектрической проницаемостью ε определяется как $v = c/\sqrt{\varepsilon}$, где c – скорость света. Тогда время распространения начала фронта $\tau_{0l} = (l/c) \sqrt{\varepsilon(0)}$, а время распространения максимума импульса амплитудой U равно $\tau_{Ul} = (l/c) \sqrt{\varepsilon(U)q(U)}$. Далее обозначаем $\varepsilon(0)$ как ε .

Обозначив длительность фронта на выходе линии передачи как t_l , сжатие импульса Δt определяется как

$$\Delta t = t_0 - t_l = \tau_0 - \tau_U = \frac{l}{c} \sqrt{\varepsilon} (1 - \sqrt{q(U)}).$$

Преобразуем выражение для Δt с использованием понятий волнового сопротивления свободного пространства $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ и импеданса линии передачи $Z = Z_0/\sqrt{\varepsilon}$

$$\Delta t(U) = l \frac{1}{c} \frac{Z_0}{Z_0} \sqrt{\varepsilon} (1 - \sqrt{q(U)}) = l \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{Z}} (1 - \sqrt{q(U)}) = l \frac{\mu}{Z} (1 - \sqrt{q(U)}).$$

Линия, периодически нагруженная LC-контурами с параллельной нелинейной ёмкостью. Поочерёдное последовательное включение индуктивностей L и параллельное включение емкостей C по Т- или П-схеме образует фильтр нижних частот (ФНЧ). Входное сопротивление звена ФНЧ определяется как $Z_{\text{в}} = \sqrt{L/C}$, циклическая частота отсечки звена – $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$ и время задержки сигнала в каждом звене – $\tau = \sqrt{LC} = 1/\omega_c$. Время задержки сигнала во всей линии, состоящей из N элементов составляет $\tau_N = N \tau = N \sqrt{LC}$. По аналогии с регулярной линией передачи при условии, что обратная управляемость под напряжением U равна $q(U)$, и, обозначив длительность фронта на выходе линии передачи как t_N , сжатие импульса на линии из N ячеек Δt_N определяется как

$$\Delta t_N(U) = t_0 - t_N = N \sqrt{LC} (1 - \sqrt{q(U)}).$$

Предположим, что ёмкость C задаётся сосредоточенным элементом, линейными размерами которого можно пренебречь, а индуктивность L задаётся отрезком линии передачи длиной l и может быть оценена как $L = \mu_0 l$. Тогда полная длина линии передачи из N звеньев составит $l_N = N l$, или число звеньев в линии передачи длиной l_N равна $N = l_N / l = l_N \mu_0 / L$. Тогда

$$\Delta t_N(U) = l_N \frac{\mu_0}{L} \sqrt{LC} (1 - \sqrt{q(U)}) = l_N \mu \sqrt{\frac{C}{L}} (1 - \sqrt{q(U)}) = l_N \frac{\mu_0}{Z_{\text{в}}} (1 - \sqrt{q(U)}).$$

НЛП с LC-контурами с переменной частотой отсечки. При проектировании НЛП на основе ФНЧ следует учитывать, что ширина спектра распространяющегося сигнала не должна превышать частоту отсечки ФНЧ. Для простых оценок можно считать, что для длительности фронта импульса t эффективная ширина спектра равна $\Delta f = 1/t$ или $\Delta \omega = 2 \pi / t$. В случае, если все ячейки НЛП имеют одинаковую частоту отсечки, то эта частота должна превышать ширину спектра импульса на выходе НЛП.

Сжатие импульса прямо пропорционально времени задержки сигнала в НЛП, а время задержки в каждом звене ФНЧ обратно пропорционально частоте отсечки. Каждое i -е звено НЛП сокращает фронт импульса на время

$$\Delta t_i(U) = \sqrt{LC} (1 - \sqrt{q(U)}) = \frac{1}{\omega_i} (1 - \sqrt{q(U)}).$$

То есть частота отсечки каждого следующего звена НЛП ω_i определяется длительностью фронта импульса на выходе с предыдущего звена t_{i-1} .

$$\omega_i = \frac{2\pi}{t_{i-1}},$$

$$\begin{aligned}
t_i &= t_{i-1} - \Delta t_i, \\
\Delta t_i &= \frac{1}{\omega_i} (1 - \sqrt{q}) = \frac{t_{i-1}}{2\pi} (1 - \sqrt{q}), \\
t_i &= t_{i-1} - \frac{t_{i-1}}{2\pi} (1 - \sqrt{q}) = t_{i-1} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right), \\
t_i &= t_{i-1} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right) = t_{i-2} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^2 = t_{i-3} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^3 = \dots = t_0 \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^i, \\
\omega_i &= \frac{2\pi}{t_0} \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^{-(i-1)},
\end{aligned}$$

где t_0 – начальная длина фронта импульса.

Частота отсечки ω_i может быть выражена через ёмкость C_i и индуктивность L_i звена. В свою очередь они могут быть выражены через импеданс звена Z_i . Для того, чтобы НЛП была согласована на всей длине, импеданс всех звеньев должен быть одинаковым, то есть $Z_i = \sqrt{L_i/C_i} = Z$. Индуктивность i -го звена L_i задаётся отрезком линии передачи длиной l_i так, что $L_i = \mu_0 l_i$.

$$\begin{aligned}
\omega_i &= \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} = \frac{Z}{\sqrt{L_i C_i}} \sqrt{\frac{C_i}{L_i}} = \frac{Z}{L_i} = \frac{Z}{\mu_0 l_i}, \\
l_i &= \frac{Z}{\mu_0 \omega_i} = \frac{Z}{\mu_0 2\pi} t_0 \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^{i-1}.
\end{aligned}$$

Общая длина НЛП, состоящей из N элементов, l_N представляет собой сумму длин всех элементов

$$l_N = \sum_{i=1}^N \frac{Z}{\mu_0 2\pi} t_0 \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^{i-1} = \frac{Z}{\mu_0 2\pi} t_0 \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^{i-1}.$$

По формуле суммы геометрической прогрессии

$$\sum_{i=1}^N b^{i-1} = \frac{1 - b^N}{1 - b}$$

l_N может быть записана как

$$l_N = \frac{Z}{\mu_0 2\pi} t_0 \frac{1 - \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^N}{1 - 1 + \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi}} = \frac{Z}{\mu_0} t_0 \frac{1 - \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^N}{1 - \sqrt{q}}.$$

Выражение для t_i можно записать для $i = N$

$$\begin{aligned}
t_N &= t_0 \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^N, \\
\frac{t_N}{t_0} &= \left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi} \right)^N.
\end{aligned}$$

Тогда

$$l_N = \frac{Z}{\mu_0} t_0 \frac{1 - \frac{t_N}{t_0}}{1 - \sqrt{q}} = \frac{Z}{\mu_0} t_0 \frac{\frac{t_0 - t_N}{t_0}}{1 - \sqrt{q}} = \frac{Z}{\mu_0} t_0 \frac{\frac{\Delta t_N}{t_0}}{1 - \sqrt{q}} = \frac{Z}{\mu_0} \frac{\Delta t_N}{1 - \sqrt{q}}.$$

Сжатие фронта для такой линии определяется выражением

$$\Delta t_N(U) = l_N \frac{\mu_0}{Z} (1 - \sqrt{q(U)}),$$

а частота отсечки для каждого i -го звена выражением

$$f_i = \frac{1}{t_0} \frac{1}{\left(1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi}\right)^{i-1}}.$$

Поскольку частота отсечки первого звена $f_1 = 1/t_0$, то можно записать

$$f_i = \frac{f_1}{\beta^{i-1}}, \text{ где } \beta = 1 - \frac{1 - \sqrt{q}}{2\pi}.$$

Исходя из этого, можно найти количество ячеек в линии передачи с переменной частотой отсечки как

$$\frac{t_N}{t_0} = \beta^N, \ln \frac{t_N}{t_0} = N \ln \beta, N = \frac{\ln \frac{t_N}{t_0}}{\ln \beta}.$$

Таким образом, эффективность обострения фронта импульса в НЛП определяется только общей длиной НЛП и не зависит от типа её конструкции при условии равных управляемости нелинейного элемента и импеданса линии передачи.

При этом следует отметить, что, во-первых, НЛП на основе регулярной линии передачи не имеет частоты отсечки и позволяет формировать фронты любой длительности; во-вторых, подход переменной частоты отсечки позволяет сократить количество звеньев НЛП, что становится важным при изготовлении индуктивности в виде дискретного сосредоточенного элемента; в-третьих, для более адекватного сравнения различных вариантов конструкции, следует учитывать потери в линии передачи [4].

Исследование выполнено при поддержке Министерства Науки и Образования Российской Федерации в рамках программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы", соглашение №14.608.21.0002 от 27.10.2015 (уникальный номер соглашения RFMEFI60815X0002).

Библиографический список

1. Rodwell M. J. W. et al. GaAs nonlinear transmission lines for picosecond pulse generation and millimeter-wave sampling //IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1991. – Т. 39. – №. 7. – С. 1194-1204.
2. Afshari E., Hajimiri A. Nonlinear transmission lines for pulse shaping in silicon //IEEE Journal of Solid-State Circuits. – 2005. – Т. 40. – №. 3. – С. 744-752.
3. Freeman R. H., Karbowski A. E. An investigation of nonlinear transmission lines and shock waves //Journal of Physics D: Applied Physics. – 1977. – Т. 10. – №. 5. – С. 633.
4. Mikhailov A. K., Kozyrev A. B., Samoilova T. B. Efficiency of ferroelectric nonlinear transmission lines for the shock wave formation //Technical Physics Letters. – 2009. – Т. 35. – №. 10. – С. 957.