

**Локк Э.Г.**  
Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники  
им. В.А. Котельникова РАН

## **Условие, при котором распределение амплитуды магнитного потенциала обратной спиновой волны имеет точку экстремума на одной из поверхностей ферритовой пластины**

*В магнитостатическом приближении исследовано распределение амплитуды магнитного потенциала обратной спиновой волны, распространяющейся в касательно намагниченной ферритовой пластине. Найдена ориентация волнового вектора (или ориентация линейного возбуждающего преобразователя), при которой указанное распределение имеет точку экстремума непосредственно на одной из поверхностей ферритовой пластины. Установлено также, что при данной ориентации возбуждающего преобразователя распределение потенциала волны с противоположно направленным волновым вектором имеет небольшую амплитуду на этой же поверхности пластины и, таким образом, в найденной геометрии будет эффективно возбуждаться обратная спиновая волна, обладающая свойством невязимности..*

**Ключевые слова:** ферритовая пластина, обратная спиновая волна, условие эффективного возбуждения волны.

Как известно, касательно намагниченная ферритовая пленка – одна из немногих реальных сред, в которой могут возбуждаться и распространяться с малыми потерями обратные волны. В работе [1] обратные спиновые волны были описаны с использованием магнитостатического приближения, из-за чего их часто называют обратными объёмными магнитостатическими волнами. В дальнейшем многие свойства этих волн и различные устройства на их основе были исследованы и описаны в ряде монографий [2 – 8], а также в относительно недавних работах [9 – 15]. В частности, в работе [11] теоретически и экспериментально было показано, что при возбуждении обратных спиновых волн линейным преобразователем возникают две волны, характеризующиеся противоположно направленными волновыми векторами и *различным* распределением магнитного потенциала в сечении ферритовой пластины (исключением является случай, когда одна волна распространяется вдоль направления внешнего магнитного поля, а другая в противоположном направлении; только в этом случае обе волны обладают *одинаковым* распределением магнитного потенциала в сечении ферритовой пластины и возбуждаются одинаково эффективно). Кроме того, в [11] было найдено, что в зависимости от ориентации преобразователя наибольший максимум магнитного потенциала может находиться как на поверхности ферритовой пластины, так и внутри неё. Таким образом, в отличие от поверхностной спиновой волны, *степень невязимности* обратной спиновой волны *существенно зависит* от ориентации возбуждающего преобразователя. Очевидно, что для исследователей обратных спиновых волн, было бы важно знать, при какой ориентации возбуждающего преобразователя волны с невязимными свойствами возбуждаются наиболее эффективно. Ответ на этот вопрос дают исследования, представленные ниже.

Рассмотрим бесконечную ферритовую пластину 2 толщиной  $s$ , окружённую полупространствами вакуума 1 и 3 (см. вставку на рис. 2). Пластина 2 намагничена до

насыщения касательным однородным магнитным полем  $\mathbf{H}_0$ . Используя уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении и вводя магнитостатический потенциал  $\Psi$  по аналогии с работой [1], можно получить уравнения для потенциала  $\Psi_2$  внутри ферритовой пластины и для потенциалов  $\Psi_1$  и  $\Psi_3$  в окружающих полупространствах. Подставляя решение для магнитного потенциала.

$$\begin{cases} \Psi_1 = C \exp(-k_{1x}x - ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_2 = (A \sin(k_{2x}x) + B \cos(k_{2x}x)) \exp(-ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_3 = D \exp(k_{3x}x - ik_y y - ik_z z) \end{cases} \quad (1)$$

в граничные условия (определяемые непрерывностью нормальной компоненты СВЧ магнитной индукции и потенциала на границах сред), получим систему уравнений

$$\begin{cases} A \cos(k_{2x}s) - B \sin(k_{2x}s) + \frac{vk_y}{\mu k_{2x}} (A \sin(k_{2x}s) + B \cos(k_{2x}s)) = -\frac{k_{1x} C \exp(k_{1x}s)}{\mu k_{2x}} \\ \mu k_{2x} A + vk_y B = k_{1x} D \\ A \sin(k_{2x}s) + B \cos(k_{2x}s) = C \exp(k_{1x}s) \\ B = D \end{cases} \quad (2)$$

Решив систему (2), можно найти дисперсионное уравнение для обратной спиновой волны (ОСВ). Из системы уравнений (2) видно, что коэффициенты  $A$ ,  $C$  и  $D$  можно выразить через коэффициент  $B$ , следующим образом:

$$\begin{cases} A = B(k_{1x} - vk_y) / \mu k_{2x} \\ C = B \exp(k_{1x}s) ((k_{1x} - vk_y) \sin(k_{2x}s) + \cos(k_{2x}s)) / \mu k_{2x} \\ D = B \end{cases} \quad (3)$$

Здесь и выше  $\mu = 1 + \omega_M \omega_H / (\omega_H^2 - \omega^2)$  и  $v = \omega_M \omega / (\omega_H^2 - \omega^2)$  – компоненты тензора магнитной проницаемости феррита,  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi \gamma M_0$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\gamma$  – гиромангнитная постоянная,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения феррита,  $f$  – частота ОСВ, а  $k_{1x}$ ,  $k_{2x}$ ,  $k_{3x}$ ,  $k_y$  и  $k_z$  – компоненты волнового вектора, причём  $k_{3x} = k_{1x}$ .

Подставляя (3) в (1) и переходя в полярную систему координат, магнитный потенциал внутри ферритовой пластины  $\Psi_2$  запишем в виде

$$\Psi_2 = \left[ \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha kx) + \cos(\alpha kx) \right] B \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (4)$$

где амплитуда  $\Psi_{20}$  этого потенциала, не включающая величину  $B$ , равна

$$\Psi_{20} = \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha kx) + \cos(\alpha kx), \quad (5)$$

Здесь  $k$  – модуль волнового вектора, а величина  $\alpha$  определяется выражением

$$\alpha = \left( -(\cos^2 \varphi) / \mu - \sin^2 \varphi \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Рассчитаем нормированное распределение амплитуды магнитного потенциала  $\Psi_0(x)$  внутри и вне пленки (рис. 1) для различных ориентаций волнового вектора  $\varphi$ . При расчётах использованы параметры:  $4\pi M_0 = 1870$  Гс,  $s = 82$  мкм,  $H_0 = 367$  Э,  $f = 2350$  МГц.

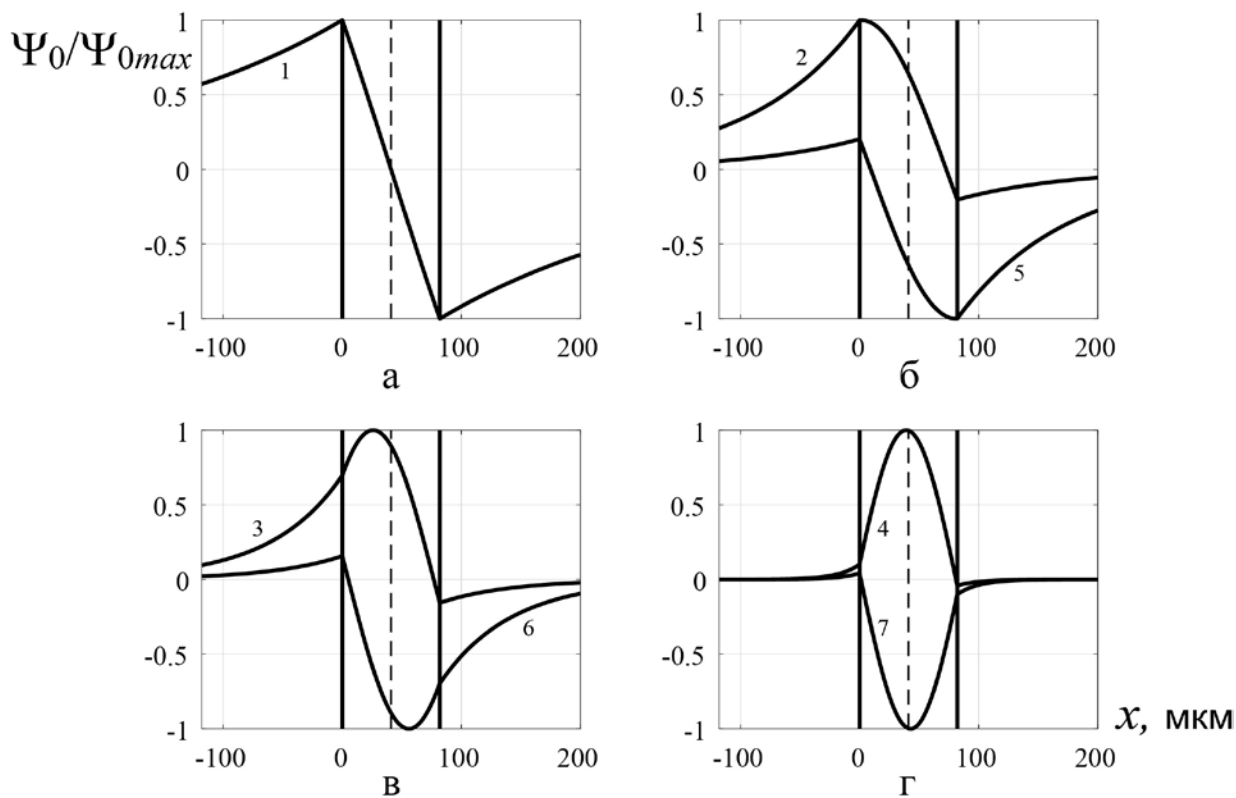


Рис.1. Нормированное распределение амплитуды магнитного потенциала  $\Psi_0/\Psi_{0max}$  первой моды ОСВ для различных значений угла  $\varphi$ : 1 –  $0^\circ$  и  $180^\circ$ ; 2 –  $21.3^\circ$  и  $158.7^\circ$ ; 3 –  $30^\circ$  и  $150^\circ$ ; 4 –  $60^\circ$  и  $120^\circ$ ; 5 –  $-21.3^\circ$  и  $-158.7^\circ$ ; 6 –  $-30^\circ$  и  $-150^\circ$ ; 7 –  $-60^\circ$  и  $-120^\circ$ . Вертикальными линиями обозначены координаты поверхностей пленки  $x = 0$ ,  $x = 82$  мкм и середины пленки  $x = 41$  мкм (штриховая линия).

Предположим, что на поверхности ферритовой пластины  $x = 0$  расположен возбуждающий волну линейный преобразователь, нормаль к которому наклонена к вектору  $\mathbf{H}_0$  под углом  $\varphi = \varphi_0$  и параллельна волновому вектору  $\mathbf{k}$  (здесь предполагается, что линейный преобразователь является синфазным возбудителем, и, что волновой вектор  $\mathbf{k}$  спиновой волны ориентирован нормально линии преобразователя; в действительности это предположение справедливо лишь приближённо – подробнее об этом см. раздел 9 в [16]). Как известно, лишь часть СВЧ энергии, подводимая к преобразователю, расходуется на возбуждение «полезной» волны с ориентацией волнового вектора  $\varphi_0$ , тогда как другая часть энергии тратится на возбуждение «побочной» волны с противоположной ориентацией волнового вектора  $\varphi = \varphi_0 - \pi$ . Можно полагать, что в первом приближении эффективность возбуждения как полезной волны, так и побочной волны пропорциональна амплитуде  $\Psi_0$  потенциала соответствующей волны на поверхности  $x = 0$ , где расположен преобразователь. Так, например, при  $\varphi_0 = 21.3^\circ$  (рис. 1б) эффективность возбуждения полезной волны (при прочих равных условиях) приближённо будет пропорциональна амплитуде  $\Psi_0(x = 0, \varphi_0 = 21.3^\circ) = 1$ , а эффективность возбуждения побочной волны – амплитуде  $\Psi_0(x = 0, \varphi_0 = -158.7^\circ) = 0.18$ . То есть, как и в случае с поверхностной спиновой волной, в ферритовой пластине возникает *независимое* возбуждение обратных спиновых волн с противоположно направленными волновыми векторами.

Очевидно, можно сформулировать следующие условия, при *одновременном* выполнении которых в эксперименте будут *максимально эффективно* возбуждаться *независимые* обратные спиновые волны.

*Условие 1.* Значение амплитуды  $\Psi_0$  магнитного потенциала волны на поверхности ферритовой пластины, со стороны которой возбуждают волну, должно быть наибольшим среди всех значений зависимости  $\Psi_0(x)$ .

*Условие 2.* Значение амплитуды  $\Psi_0$  магнитного потенциала дополнительно возбуждающейся (побочной) волны на этой же поверхности ферритовой пластины должно быть, как можно меньше.

Анализируя зависимости  $\Psi_0(x)$  на рис. 1, можно заключить, что распределение  $\Psi_0(x)$ , представленное на рис. 1б, удовлетворяет обоим условиям. Действительно, полезная волна будет возбуждаться эффективно, поскольку при  $\varphi = 21.3^\circ$  амплитуда  $\Psi_0$  потенциала этой волны максимальна на поверхности  $x = 0$ , где расположен преобразователь (рис. 1б, кривая 2), а побочная волна будет возбуждаться неэффективно, поскольку при  $\varphi = \varphi_n - \pi$  амплитуда  $\Psi_0$  потенциала этой волны на поверхности  $x = 0$  мала (рис. 1б, кривая 5). Поскольку особенностью зависимости  $\Psi_{20}(x)$  на рис. 1б (кривая 2) является возникновение на ней точки экстремума (в которой  $\partial\Psi_{20}/\partial x = 0$ ) прямо на поверхности  $x = 0$ , то для нахождения координаты  $x = x_{ext}$ , при которой амплитуда  $\Psi_{20}$  потенциала внутри пластины имеет экстремум, найдём производную  $\partial\Psi_{20}/\partial x$  (продифференцировав выражение (5)) и приравняем её нулю. В итоге получим

$$\operatorname{tg}(\alpha k x_{ext}) = \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \quad \text{или} \quad x_{ext} = \frac{1}{\alpha k} \operatorname{arctg} \left( \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \right). \quad (7)$$

Из выражения (7) легко найти угол  $\varphi = \varphi_n$ , при котором точка максимума, соответствующая условию  $\partial\Psi_{20}/\partial x = 0$ , возникает прямо на поверхности ферритовой пластины при  $x = 0$ . Полагая в (7)  $x_{ext} = 0$ , имеем

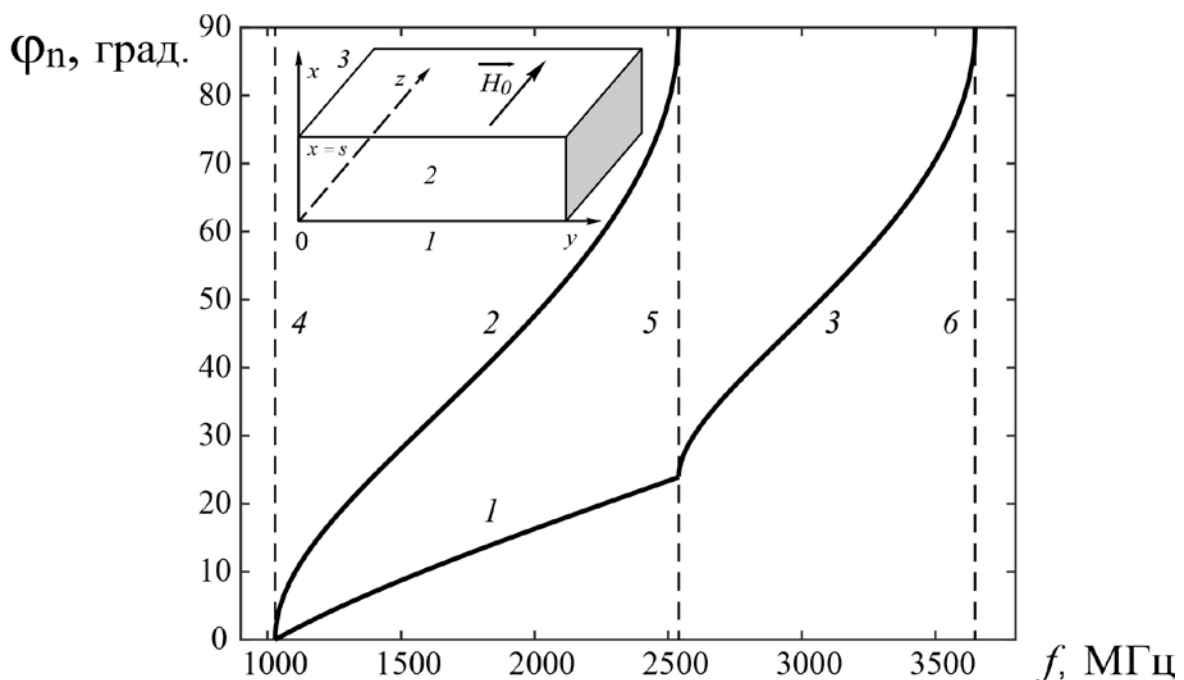


Рис. 2. Зависимость угла  $\varphi_n$ , угла отсечки ОСВ  $\varphi_{cut1OCB}$  и угла отсечки поверхностной спиновой волны  $\varphi_{cut1PCB}$  (кривые 1 – 3 соответственно) от частоты  $f$ . Все углы на рис. 2 отсчитываются от направления поля  $\mathbf{H}_0$ . Пунктирные прямые 4, 5 и 6 соответствуют начальным и конечным значениям частот для спектров обратной и поверхностной волн  $f = \omega_H/2\pi = 1029$  МГц,  $f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = 2539$  МГц и  $f = (\omega_H + \omega_M/2)/2\pi = 3649$  МГц.

$$1 + v \sin \varphi_n = 0 \text{ или } \varphi_n = -\arcsin(1/v) \quad (8)$$

Таким образом, мы нашли формулу для угла  $\varphi = \varphi_n$ , при котором амплитуда  $\Psi_{20}$  магнитного потенциала максимальна на поверхности ферритовой пластины при  $x = 0$  (см. рис.1, кривая 2) и, следовательно, при ориентации волнового вектора  $\mathbf{k}$  под углом  $\varphi = \varphi_n$  волна, соответствующая этому волновому вектору, будет, по-видимому, возбуждаться линейным преобразователем с максимальной эффективностью, в то время как волна с противоположно направленным волновым вектором  $\varphi = \varphi_n - \pi$  будет возбуждаться значительно хуже (ср. кривые 2 и 5 на рис. 1). Зависимость угла  $\varphi_n$  от частоты  $f$  показана на рис. 2 (кривая 1), где приведены также рассчитанные по формулам (24) и (27) в [15] зависимости угла отсечки ОСВ и угла отсечки поверхностной спиновой волны (кривые 2 и 3 соответственно).

Подробнее изложенный материал описан в работе [17].

#### Библиографический список

1. Damon R. W., Eshbach J. R. Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab. / J. Phys. Chem. Sol., 1961, V.19 – №3/4 – p.308-320.
2. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики. М.: Мир, 1965.
3. Вапнэ Г.М. СВЧ устройства на магнитостатических волнах. Серия 1, Электроника СВЧ. Вып. 8 (1060), 1984.
4. Данилов В.В., Зависляк И.В., Балинский М.Г. Спинволновая электродинамика. Киев: изд. Либидь, 1991.
5. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Издательство Саратовского университета, 1993.
6. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
7. Stancil D.D., Prabhakar A. Spin Waves: Theory and applications, Business Media, N. Y.: Springer Science, 2009.
8. Topics in Applied Physics, V. 125. Magnonics: From Fundamentals to Applications / Editors: Demokritov S.O., Slavin A.N. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.
9. Анненков А.Ю., Герус С.В. Распределение полей магнитостатических волн в касательно намагниченной ферромагнитной пластине. / ЖТФ, 1999. т.69 – №1 – с. 82-86.
10. Локк Э.Г. Дисперсия магнитостатических волн в композитной структуре феррит – решётка металлических полосок. / Радиотехника и электроника, 2003. т.48 – №12 – с. 1484-1494.
11. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Свойства обратных электромагнитных волн и возникновение отрицательного отражения в ферритовых пленках. / Успехи физических наук, 2006. т. 176 – № 4 – с. 403-414.
12. Локк Э.Г. Свойства изочастотных зависимостей и законы геометрической оптики. / Успехи физических наук. 2008, т. 178 – № 4 – С. 397-417.
13. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О физических свойствах обратной магнитостатической волны при ее описании на основе уравнений Максвелла. / Радиотехника и электроника, 2012. т.57 – №5 – с. 541-549.
14. Локк Э.Г. Угловая ширина волнового пучка обратной спиновой волны, возбуждаемой линейным преобразователем в ферритовой пластине / Радиотехника и электроника, 2015. т.60 – №1 – с. 102-106.
15. Локк Э.Г. Углы отсечки обратной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине / Радиотехника и электроника, 2018, Т. 63. № 8. в печати.
16. Локк Э. Г. Угловая ширина луча при дифракции на щели волны с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями / Успехи физических наук, 2012, т. 182 – №12 – с. 1327-1343.
17. Локк Э.Г. Невзаимные свойства обратных спиновых волн / Радиотехника и электроника, в печати.