

Туральчук П.А., Вендик О.Г., Вендик И.Б.
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический
 университет «ЛЭТИ»

Расширение главного луча решетки Дольфа - Чебышева с использованием разложения по функциям Котельникова

Рассмотрена решетка излучателей, формирующая диаграмму направленности с заданной формой главного луча. Синтез диаграммы направленности основан на разложении функции, описывающей диаграмму направленности, по функциям Котельникова.

Ключевые слова: Антенные решетки, диаграмма направленности, многочлены Чебышева, метод Дольфа, функции Котельникова, форма диаграммы направленности.

Важной задачей в системах радиолокации является управление шириной главного луча диаграммы направленности (ДН) с целью управления качеством сбора информации о наличии целей в окружающем пространстве. Синтез решетки излучателей с учетом соотношения между шириной главного луча ДН и уровнем боковых лепестков был предложен С. Дольфом в 1946 г. [1]. Синтез С. Дольфа опирается на математические особенности многочленов Чебышева (1854 г.). В общем случае управление шириной главного луча может осуществляться за счет разложения ДН по выбранной ортогональной системе функций, в качестве которой могут быть использованы функции Котельникова и полиномы Чебышева [2, 3].

Рассмотрим сумму функций Котельникова, смещенных на целое число π вдоль оси переменной u . При суммировании пяти базисных функций, смещенных на $0, \pm\pi, \pm2\pi$, получаем огибающую, которая соответствует диаграмме направленности с расширенным лучом (рис. 1). Базисные функции Котельникова:

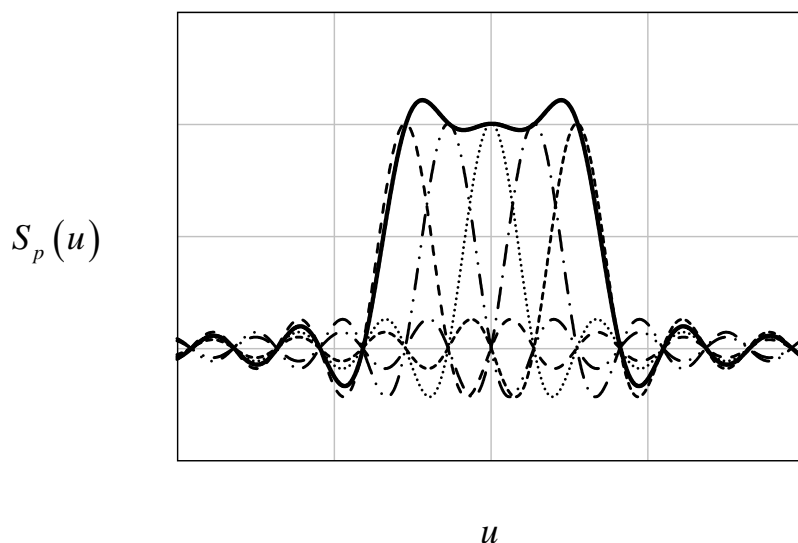


Рис. 1. Сумма пяти базисных функций Котельникова, смещенных на $0, \pm\pi, \pm2\pi$

$$S_p(u) = \frac{\sin(u - \pi p)}{u - \pi p}. \quad (1)$$

При этом:

$$u = \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \sin(\theta). \quad (2)$$

Здесь p – сдвиг функции Котельникова, d – расстояние между соседними излучателями, λ – длина волны, θ – угол между главным лучом и нормалью к линейке излучателей.

Полиномы Чебышева преобразованы Дольфом к следующему виду [3]:

$$T_M(u, z_0, z_1) = \begin{cases} \cos[M \arccos(z_0 \cos(z_1 u))], & z_0 \cos(z_1 u) < 1 \\ \cosh[M \arccos(z_0 \cos(z_1 u))], & z_0 \cos(z_1 u) > 1 \end{cases} \quad (3)$$

где M – число элементов в линейке излучателей, параметры z_0 и z_1 введены Дольфом и определяют высоту и ширину главного лепестка ДН [3].

Найдем коэффициенты разложения ДН, представленной полиномом Чебышева $T_M(u, z_0, z_1)$, по функциям Котельникова:

$$N_p = \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} T_M(u, z_0, z_1) S_p(u) du \quad (4)$$

Для ДН с расширенным лучом коэффициенты разложения ДН, представленной суммой полиномов Чебышева, по функциям Котельникова имеют следующий вид:

$$N_p = \frac{1}{\pi} \int_{-2\pi}^{2\pi} T_M(u, z_0, z_1) \sum_{k=0}^3 S_{p+\Delta_k}(u) du, \quad (5)$$

Здесь функции Котельникова смещены на величину $\Delta_k = \{-1.9; -0.65; 0.65; 1.9\}$ для получения равнопulsирующей характеристики главного луча ДН. Коэффициенты разложения ДН, полученные с использованием выражений (4) и (5), представлены на рисунке 2 (а) и (б), соответственно.

Представим ДН, используя непосредственно разложение Котельникова. Расчет диаграмм направленности, полученных на основе разложения по функциям Котельникова, может быть выполнен с использованием следующего выражения [4]:

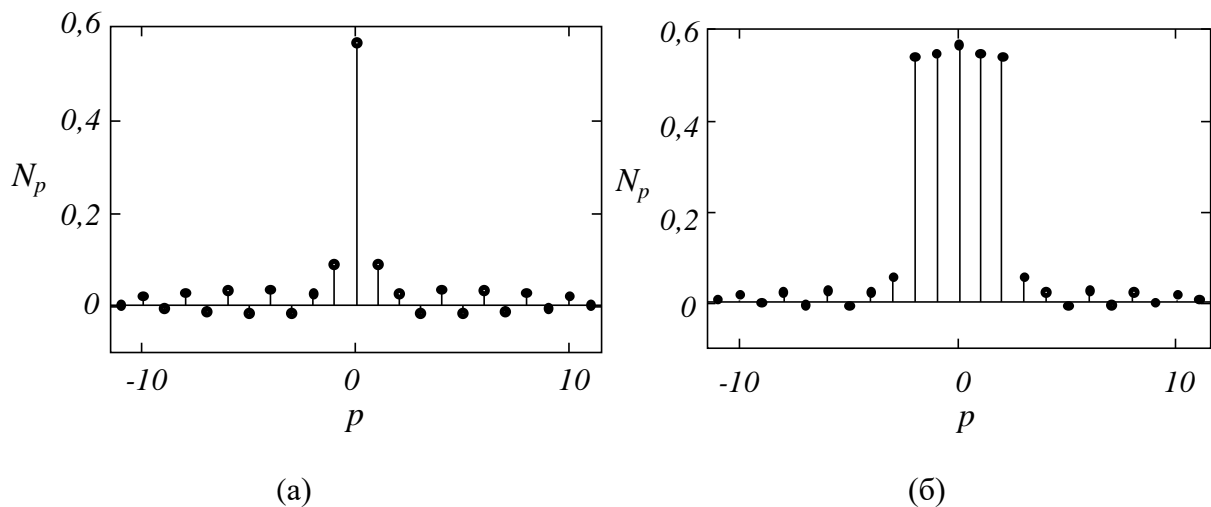


Рис. 2. Коэффициенты разложения ДН, представленной полиномом Чебышева, по функциям Котельникова (а), и суммой полиномов Чебышева (б).

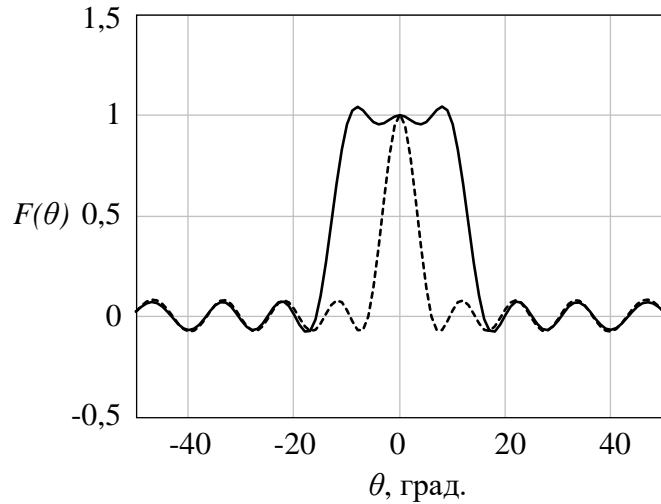


Рис. 3. Нормированные ДН, полученные с одним полиномом Чебышева (пунктир) и для 4-х смещенных полиномов Чебышева (сплошная линия)

$$F(\theta) = \sum_{p=0}^{M-1} N_p \frac{\sin(M \cdot u - \pi \cdot p)}{M \cdot u - \pi \cdot p} \quad (6)$$

Нормированные диаграммы направленности, представленные одним полиномом Чебышева и в случае четырех смещенных полиномов Чебышева показаны на рисунке 3.

После того, как найдены коэффициенты разложение по функциям Котельникова для рассматриваемых случаев, можем найти распределение тока вдоль линейки излучателей. Как показано в работе [5], система отсчетов Котельникова однозначно определяет распределение комплексных токов в излучателях:

$$I_q = \sum_p N_p \exp \left[i \cdot \pi \cdot p \left(1 - \frac{1}{M} - \frac{2q}{M} \right) \right]. \quad (7)$$

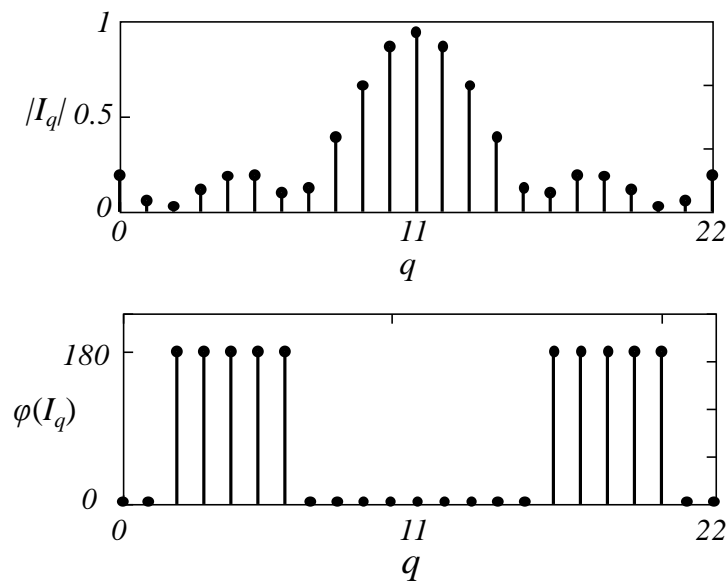


Рис. 4. Модуль и аргумент тока, распределенного вдоль линейки излучателей с использованием (5) и (7)

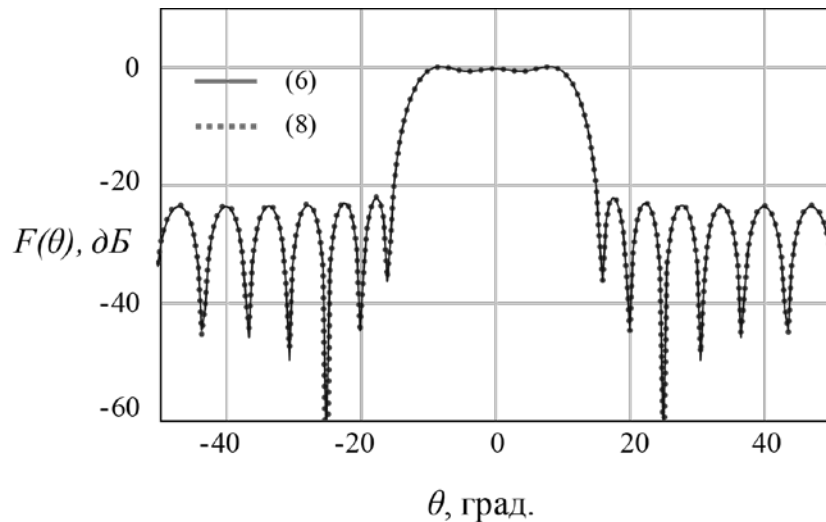


Рис. 5. ДН, построенные с использованием разложения по функциям Котельникова (6) и по формулам распределения тока (8).

Здесь q – номер излучателя в составе решетки, принимающий значения от 0 до $M - 1$, p – принимает значения $p = -\frac{M-1}{2} \div \frac{M-1}{2}$

Модуль и аргумент тока, распределенного вдоль линейки излучателей, найденные с помощью выражения (7), показаны на рисунке 4. Соответственно, зная распределение токов в излучателях, можем построить диаграмму направленности. Рассмотрим два вида ДН, полученных с использованием разложения по функциям Котельникова (6) и на основе распределения тока:

$$F(\theta) = \sum_q I_q \exp \left[i \cdot 2u \left(q - \frac{M-1}{2} \right) \right] \quad (8)$$

Результат расчета в соответствии с выражениями (6) и (8) приведен на рис. 5. Сравнение диаграмм направленности, полученных через набор коэффициентов Котельникова (6) и по формулам найденного распределения тока (8) приводит к одинаковому количественному результату.

Таким образом, предложенная методика синтеза антенной решетки позволяет простым образом управлять формой диаграммы направленности. Для ДН с расширенным лучом были получены коэффициенты разложения ДН, представленной суммой полиномов Чебышева, по функциям Котельникова. Кроме того, диаграммы направленности, полученные через расчет найденного распределения тока и найденные непосредственно через набор коэффициентов Котельникова, полностью соответствуют друг другу.

Библиографический список

1. C.L. Dolph, "A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship Between Beam Width and Side-Lobe Level". Proc. of the IRE and Waves and Electrons, June, 1946. — pp. 335 - 353.
2. П.Л. Чебышёв, Полное собрание сочинений. — М., Издательство АН СССР, 1944—1951.
3. В. А. Котельников. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи — Всесоюзный энергетический комитет. // Материалы к I Всесоюзному съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности, 1933. Репринт статьи в журнале УФН, том 176, вып.7, 2006, с. 762—770.
4. Woodward P.M., Lawson J.D. The theoretical precision with which an Arbitrary Radiation-pattern may be Obtained from a Source of Finite Size // Proc. IRE, 1948, vol. 95, pt. 3, pp. 362 - 370.
5. О.Г.Вендик, Д.С.Козлов, «Адаптивная антенная решетка с возможностью подавления боковых лепестков для борьбы с помехами», *Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ»*, 2012, вып. 9, с.31-38.