

Давидович М.В.
Саратовский национальный исследовательский государственный
университет им. Н.Г. Чернышевского

Плазмоны в многослойных плоскостойных структурах

На основе решений точных дисперсионных уравнений рассмотрены прямые и обратные поверхностные плазмоны в многослойных плоскостойных структурах в приближении Друде-Лоренца для металлических слоев с диссипацией. Дана классификация волн: рассмотрены втекающие и вытекающие волны, получены максимальные замедления, потери и условия перехода от прямых плазмонов к обратным, от медленных к быстрым. Численно исследована дисперсия различных мод.

Поверхностные плазмон-поляритоны (ПП) известны не одно столетие [1, 2]. По-видимому, впервые оптический поляритон наблюдал Дэвид Брюстер в 1815 г. [2]. Обычно ПП рассматривают при отсутствии диссипации. Цель работы – получение общего вида комплексных ДУ с учетом потерь, их форм, допускающих сходящиеся итерационные решения, строгое численное исследование комплексных дисперсионных уравнений (ДУ), определение участков дисперсионных ветвей с прямыми и обратными ПП, определение критериев существования обратных волн (ОВ), перехода быстрых ПП в медленные, максимальных замедлений и потерь, а также свойств втекающих и вытекающих ПП. Вид ДУ конечной в поперечном направлении структуры зависит не только от ее конфигурации, но и форм решений на обеих ее внешних границах (втекание или вытекание). В недиссипативном случае переход от поверхностной волны к вытекающей осуществляется из одного ДУ: действительный квадратный корень в нем становится мнимым. В диссипативном случае ветвь корня следует выбирать, т.е. налагать некое граничное условие (условие излучения): это условия втекания или вытекания.

Полученное Д. Ценнеком методом сшивания ДУ для поляритона вдоль безграничного полупространства с ДП $\tilde{\epsilon}$, граничащего с вакуумом, имеет вид

$$k_x = k_0 \sqrt{\tilde{\epsilon} / (\tilde{\epsilon} + 1)}. \quad (1)$$

Оно явное и справедливо как для быстрых поляритонов, так и для медленных ПП. Далее мы будем обозначать: $\tilde{\epsilon}$ – ДП полубесконечной основы (полупространства), ϵ_n и t_n – ДП и толщины слоев, $k_{nz} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_n \mu_n - k_x^2}$ – нормальные постоянные распространения в слое, $\rho_n^e = k_{nz} / (k_0 \epsilon_n)$, $\rho_n^h = k_0 \mu_n / k_{nz}$ – нормированные (к $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$) волновые сопротивления Е- и Н- волн в слоях с ДП ϵ_n (далее слово “нормированный” будем опускать). Ось z направим перпендикулярно слоям, при этом вакуум находится при $z > 0$. В случае Е-волны (ТМ-волны) $\rho_0 = k_{0z} / k_0 = \sqrt{1 - (k_x / k_0)^2}$ – волновое сопротивление Е-волны в вакууме (иногда индексы “e, h” также будем опускать). Для существования Н-волн над полупространством необходимо наличие у него магнитных свойств. Нетрудно видеть, что (1) можно переписать так: $\rho_0^e = \tilde{\rho}^e$, т.е. импеданс волны в вакууме равен ее импедансу в полупространстве. Это означает отсутствие отражения [1]:

$$R^{(e,h)} = (\rho^{(e,h)} - \tilde{\rho}^{(e,h)}) / (\rho^{(e,h)} + \tilde{\rho}^{(e,h)}) = 0. \quad (2)$$

Иными словами, волна из вакуума падает под углом Брюстера и без отражения втекает в диссипативное полупространство. Условие (2) означает переход от задачи дифракции (требующей определения из двух уравнений коэффициента отражения $R^{(e,h)}$ и коэффициента прохождения $T^{(e,h)}$ через заданную амплитуду падающей волны) к задаче о свободных волнах, т.е. к однородной системе двух линейных уравнений. Условие (1) фактически означает равенство нулю ее определителя. Сразу ясно, что в случае сложной многослойной бесконечной диссипативной структуры ДУ $\rho_0^{(e,h)} = \tilde{\rho}^{(e,h)}$ остается в силе, если под $\tilde{\rho}^{(e,h)}$ понимать ее входной импеданс для соответствующей волны в плоскости $z=0$. ДУ также просто обобщаются на случай наличия вместо вакуума некой среды: следует просто подставить в них ее диэлектрическую и магнитную проницаемости. Волна с ДУ (1) поверхностная и втекающая. Это означает, что $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} = k'_{0z} - ik''_{0z}$, причем $k'_{0z} < 0$, $k''_{0z} > 0$, т.е. в положительном направлении оси z волна экспоненциально затухает (локализация у поверхности), а ее фаза распространяется к поверхности. Здесь мы используем зависимость $\exp(i\omega t - k_x x - ik_z z)$, где $k_x = k'_x - ik''_x$, поэтому везде далее одинарный штрих означает реальную часть соответствующей комплексной величины, а двойной штрих – ее отрицательную мнимую часть. Если выбирать условие $k''_x > 0$, т.е. ось x направлять вдоль движения энергии, то волна обратная при $k'_x < 0$. Обычно постоянная распространения определяется из ДУ как квадратный корень, поэтому удобно корень находить из условия $k'_x > 0$, т.е. ось x направлять вдоль движения фазы. Тогда обратный плазмон (ОП) соответствует условиям $k''_x < 0$, $k'_x > 0$, что более удобно для представления дисперсионных кривых. Именно так далее они и построены. В общем случае $k'_x k''_x > 0$ означают прямую волну, а $k'_x k''_x < 0$ – ОВ. Над диссипативным полупространством ОВ нет, как нет и вытекающих волн. Вытекание для прямой волны, по сути, означает обращение знака k_{0z} . Угол вытекания есть $\tilde{\theta} = -\theta = \tan(k'_{0z} / k'_{0x})$. Вытекание из диссипативного полупространства означало бы бесконечное возрастание плотности энергии в его глубину, что невозможно. Вытекание также невозможно из бесконечно тонкой равновесной импедансной пленки (например, графеновой), описываемой поверхностной проводимостью σ_s . Конечность структуры означает связывание волн на обеих ее границах. В этом случае поляритоны связанные: есть две Е-волны и две Н-волны [1]. Каждая из этих двух волн может быть как втекающей, так и вытекающей. Может быть втекание на одной границе и вытекание на другой, т.е. всего четыре варианта. От того, какие варианты взять, будет зависеть вид ДУ. Остановимся на классификации ПП. Здесь использована классификация относительно продольных компонент ($E_x(z)$ для Е-волн, и $H_x(z)$ для Н-волн) в отличие от классификации в [1, 3, 4] относительно поперечных компонент. Она представляется более общей, поскольку для полосковых многослойных структур с конечной шириной поперечные компоненты (которых четыре) могут иметь разные четности. Мы классифицируем по одной продольной компоненте. Нечетной моде в симметричной структуре соответствует электрическая стенка при $z=0$, а четной – магнитная.

Получение ДУ на основе прямого шивания громоздко. Удобно использовать метод матриц передачи. Используем классические нормированные матрицы передачи

$$\hat{a}_n^{(e,h)} = \begin{bmatrix} \cos(k_{zn} t_n) & i\rho^{(e,h)} \sin(k_{zn} t_n) \\ i \sin(k_{zn} t_n) / \rho_n^{(e,h)} & \cos(k_{zn} t_n) \end{bmatrix}$$

и строим полную матрицу $\hat{a}^{(e,h)}$ как их произведение, связывающую компоненты полей по обе стороны структуры. Для получения ДУ надо наложить некие импедансные условия, которые соответствуют втеканию или вытеканию. Задавая связи типа $E_{0x}/H_{0y} = \pm Z_0 \rho_0^e$, $E_{(N+1)x}/H_{(N+1)y} = \mp Z_0 \rho_{(N+1)}^e$, $-E_{0y}/H_{0x} = \pm Z_0 \rho_0^h$, $-E_{(N+1)y}/H_{(N+1)x} = \mp Z_0 \rho_{(N+1)}^h$ и налагая условия на действительные и мнимые компоненты поперечного волнового по обе стороны структуры, получаем ДУ в виде

$$\pm \rho_0^e (\pm a_{21}^e \rho_{N+1}^e + a_{22}^e) - (\pm a_{11}^e \rho_{N+1}^e + a_{12}^e) = 0, \quad \pm \rho_0^h (\pm a_{21}^h \rho_{N+1}^h - a_{22}^h) + (\pm a_{11}^h \rho_{N+1}^h - a_{12}^h) = 0. \quad (3)$$

Здесь знаки у волновых сопротивлений берутся независимо, причем верхний означает втекание, а нижний – вытекание для соответствующей границы. Далее также будем обозначать $\rho_{N+1}^{(e,h)} = \tilde{\rho}^{(e,h)}$. Уравнения (3) трансцендентные и комплексные относительно k_x . Находить это волновое число можно, полагая $\text{Im}(k_x) < 0$, т.е. выбирая волну с движением энергии в положительном направлении. Однако величина k_x'' может быть малой, даже если диссипация не очень мала. Это, например, имеет место для волн в тонкой пленке с близким к единице замедлением: практически вся энергия распространяется в вакууме. Для диагностики ОП необходимо решать ДУ с большой точностью, при этом на этапе итерационного решения k_x'' может менять знак. Удобнее взять условие $k_x' > 0$. Тогда ОП соответствует $k_x'' < 0$. В (3) следует выбирать знаки волновых импедансов из учета того, какие волны мы ищем. Для структуры, окруженной снизу и сверху вакуумом, следует искать втекающие в нее или вытекающие из нее волны, и тогда знаки коррелированы. Для структуры, лежащей на диссипативной подложке, можно искать втекающую волну только на границе $z = 0$. В этом случае удобно использовать метод трансформации импедансов. Входной импеданс подложки равен ее волновому импедансу: $\rho_{in} = \tilde{\rho}^{(e,h)}$. Слой $-h_N < z < h_{N-1}$ толщины $t_N = h_{N-1} - h_N$ трансформирует его в $\rho_{in}^{(N)}$ согласно формуле трансформации импедансов

$$\rho_{in}^{(N)} = \rho_N^{(e,h)} \frac{\rho_{in} + i \rho_N^{(e,h)} \tan(k_{zN} t_N)}{\rho_N^{(e,h)} + i \rho_{in} \tan(k_{zN} t_N)}. \quad (4)$$

Далее следует подставить $\rho_{in} \rightarrow \rho_{in}^{(N)}$, $N \rightarrow N - 1$, получив трансформацию к следующему слою и так далее до трансформации первым слоем к импедансу поверхности $\rho_{in}^{(1)}$. ДУ будет иметь вид $\rho_0^{(e,h)} = \rho_{in}^{(1)}$. Входные импедансы здесь разные, поскольку определены для разных типов волн. Обозначая их $\rho_{in}^{(e,h)}$, имеем ДУ в форме $k_x^{(e,h)} = k_0 \sqrt{1 - (\rho_{in}^{(e,h)})^{\pm 2}}$. где “+” соответствует Е-волне, а “-” – Н-волне. Рассмотрим пример для слоя толщины t с ДП ε на полупространстве с ДП $\tilde{\varepsilon}$. Если слой электрически тонкий ($\tan(k_z t) \ll 1$), то $\rho_{in}^{(1)} = \tilde{\rho}^{(e,h)} + i(\rho^{(e,h)} - \tilde{\rho}^{(e,h)})k_z t$. Если он прозрачный ($k_z'' \ll k_z'$), то изменяется в основном реактивная часть импеданса, а при поглощающем слое – активная его часть. Если слой четвертьволновый и прозрачный, то $\rho_{in}^{(1)} = [\rho^{(e,h)}]^2 / \tilde{\rho}^{(e,h)}$. Для прозрачного слоя величины $\rho^{(e,h)}$ почти действительные, поэтому реактивная часть импеданса $\rho_{in}^{(1)}$ меняет знак по сравнению с $\tilde{\rho}^{(e,h)}$. При сильном поглощении и достаточной толщине $\tan(k_z t) \rightarrow -i$, и $\rho_{in}^{(1)} = \rho^{(e,h)}$, т.е. волна не доходит до границы слоя, и он воспринимается как бесконечный.

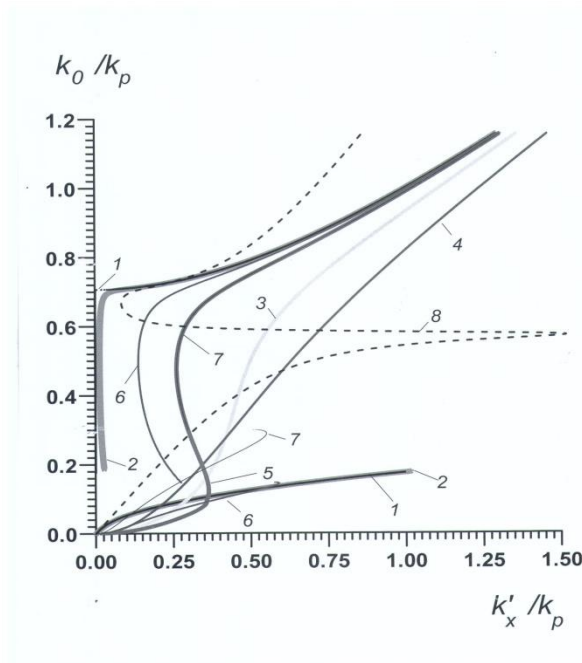


Рис. 1. Нормированная к плазмонному волновому числу дисперсия симметричного Е-ПП для $\varepsilon_L = 2$, $\omega_p = 10^{16}$ при $t = 2$ нм (кривые 1 – 6), $t = 10$ нм (7) и $t = \infty$ (8) для разных отношений ω_c / ω_p : 10^{-4} (1), 10^{-2} (2, 8), $5 \cdot 10^{-1}$ (3), 10^0 (4), $2 \cdot 10^{-1}$ (5, 7), 10^{-1} (6).

Штриховая кривая 8 построена для $\varepsilon_L = 2 - 0.01i$

На рис. 1, 2 приведены итерационные решения ДУ для случая тонкой металлической пленки. Для нее имеем ДУ $(\rho_0^{(e,h)} / \rho^{(e,h)})^2 + i(\rho_0^{(e,h)} / \rho^{(e,h)}) / \tan(k_z t) + 1 = 0$, которое распадается на два: $\rho_0^{(e,h)} / \rho^{(e,h)} = -i \tan(k_z t / 2)$ и $\rho^{(e,h)} / \rho_0^{(e,h)} = -i \tan(k_z t / 2)$. Это как раз уравнения для нечетного (антисимметричного по E_x) и четного (симметричного) плазмонов [3, 4]. Для теоретического анализа используем модель Друде-Лоренца:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_L(\omega) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\omega_c}, \quad \varepsilon_L(\omega) = 1 + \sum_{k=1}^m \frac{\omega_{pk}^2}{\omega_k^2 - \omega^2 + i\omega\omega_{ck}}.$$

Плазменную частоту ω_p и электронную частоту столкновений ω_c определяем на основе концентрации и проводимости на постоянном токе, а остальные параметры подбираем из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных данных.

В работе проведено аналитическое исследование существования ОП, быстрых и медленных ПП. Для существования медленного ПП реактивная часть входного импеданса поверхности должна быть существенно больше активной (реальной). Для существования ОП, в частности, ОП входной импеданс поверхности должен быть емкостным. В случае однородного полупространства импеданс проводящей полуплоскости всегда индуктивный как для медленных ПП вдоль металлов, так и для быстрых ПП вдоль диссипативного диэлектрика. Для возникновения ОП вдоль металлической поверхности на нее можно нанести четвертьволновый слой хорошего диэлектрика. Это же справедливо для волны Ценнека вдоль моря, если на его поверхности имеет место слой льда достаточной толщины (диэлектрическая проницаемость 3.2). Рассмотрены также ПП вдоль проводящих пленок, которые также можно описать матрицей передачи. Для очень

медленных ПП привлекательным является бислой графена с четной (относительно E_x) модой.

В случае недиссипативных структур решения ДУ имеют разные ветви, стремящиеся к граничным точкам запрещенных зон, которые в частном случае могут быть нулевыми [3, 4] (на частоте плазмонного резонанса). В случае диссипации кривые сливаются, замедление становится конечным, а кривая дисперсии дифференцируемой в точках смыкания. Загиб кривых (отрицательная групповая скорость) не означает наличие ОП. На рис. 2 области ОП помечены индексом В.

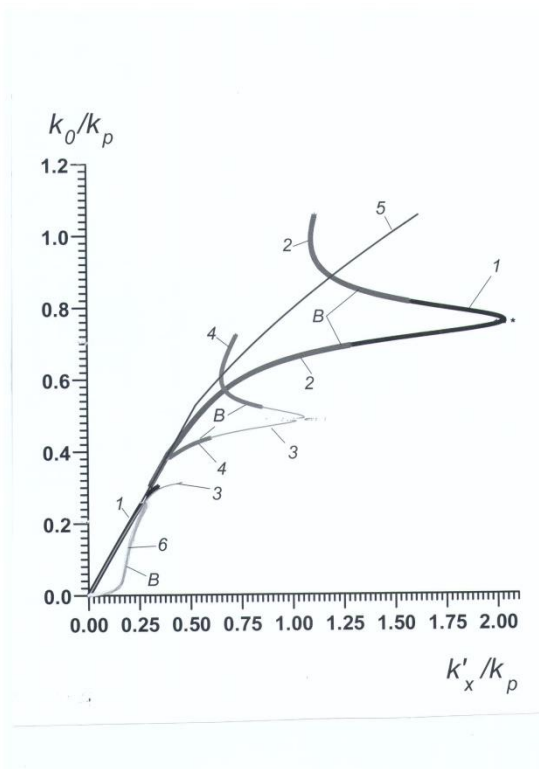


Рис. 2. Прямые (кривые 1, 3, 5) и обратные (символ В, кривые 2, 4, 6) плазмон-поляритонные ветви для антисимметричного электрического (1, 2, 3, 4) и симметричного магнитного (5, 6) плазмонов в слое 50 нм (1, 2), 100 нм (3, 4) и 10 нм (5, 6). $\varepsilon_L = 9 - 0.01i$ и $\omega_p = 10^{16}$, $\omega_c = 10^{13}$ Гц

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности № 3.1155.2014/К.

Библиографический список

1. Л.А. Вайнштейн. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
2. М.В. Давидович. Втекающие и вытекающие несобственные моды - анализ диссипативных дисперсионных уравнений и волна Ценнека. Саратов, изд-во Саратов. ун-та, 2014. – 104 с.
3. E.N. Economou. Surface plasmons in thin films. Phys. Rev., 182, 1969. – P. 539-554.
4. P. Tournois, V. Laud. Negative group velocities in metal-film optical waveguides. Opt. Comm., 1997, 137. – P. 41-45.