

Давидович М.В.¹, Бушуев Н.А.^{1,2}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

²ОАО «НПП «Алмаз»

Моделирование прохождения ленточного пучка в ЭОС с ЗС типа гребенка

Представлены результаты полуаналитического и численного моделирования прохождения ленточного пучка через ЗС типа гребенка. Провисание потенциала в ЗС не учитывается, и ЗС моделируется как прямоугольный экран. Осевое магнитное поле считается постоянным и однородным. Решается уравнение Пуассона методом двойных рядов Фурье в движущейся вместе с пучком системе координат. Пучок на влете считается прямоугольным односкоростным без поперечных скоростей с большим отношением сторон прямоугольника и занимающим порядка 80% сечения канала. На выходе определяется форма пучка. Приемлемое фокусирующее поле составляет порядок 0.8–1.2 Тл.

Ключевые слова: лампа бегущей волны; электронно-оптическая система; электронный пучок; магнитная фокусирующая система; терагерцевая микроэлектроника.

В лампах бегущей волны (ЛБВ) терагерцевой микроэлектроники перспективны ленточные высокоточные пучки с большой шириной и малой толщиной пучка, которые должны проходить через узкие в одном из поперечных направлений каналы [1]. Перспективными замедляющими системами (ЗС) являются широкие симметричные двусторонние гребенки со сдвинутыми гребнями, имеющими малое расстояние между верхним и нижним гребнями. Анализ прохождения пучков с учетом вылета электронов с катода при прохождении пушки, фокусирующей системы, пространства взаимодействия в ЗС и осаждения в коллекторе весьма сложен, особенно если рассматривать разброс по углам вылета, распределение по скоростям, трехмерность структуры с учетом поперечных движений и экрана, пространственный заряд и другие факторы. Более простые решения получаются при разбиении на задачи о формировании пучка в пушке и о прохождении односкоростного пучка заданного сечения через ЗС. Это позволяет выбрать параметры пучка на входе, необходимые поперечные размеры и фокусирующее магнитное поле. Рассмотрим именно такой подход для прямоугольного пучка с размерами сечения w по оси x и t по оси y в экране с размерами соответственно a и b . Считаем, что пучок имеет прямоугольное сечение на входе ЗС и продольную скорость v , при этом ускоряющее напряжение на него уже не действует. Учет различных поперечных скоростей частиц пучка требует полной задачи расчета электронной фокусирующей системы (ЭФС), например, методом крупных частиц [2]. Если считать поперечную скорость всех частиц одинаковой, можно рассматривать три простых случая: скорость направлена внутрь пучка (пучок сходящийся), скорость направлена во внешнюю область (расходящийся пучок), поперечная скорость отсутствует (равновесный на входе пучок). В последнем случае все частицы пучка имеют одинаковую скорость в продольном направлении. Провисанием потенциала на ламелях пренебрегаем и считаем поверхность ЗС гладкой с нулевым потенциалом. Пренебрегаем также торможением пучка, связанным с его взаимодействием

с ВЧ полем, а также продольной группировкой. При желании это торможение можно учесть. Продольная модуляция пучка и генерируемое высокочастотное электромагнитное поле важны для расчета усиления и обычно рассматриваются отдельно в рамках нелинейной теории ЛБВ. На поперечное движение указанные факторы влияют слабо, что позволяет ими пренебречь и построить двумерную теорию для поперечных движений. Учтем только поле пространственного заряда и магнитное поле пучка за счет только его продольных движений со скоростью v , приводящее к его самофокусировке.

Итак, пусть в движущейся системе отсчета (ДСО), имеющей скорость v (как и пучок) плотность пространственного заряда есть ρ . Указанная плотность создает потенциал Φ , удовлетворяющий двумерному уравнению Пуассона (в ДСО):

$$(\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2)\Phi(x, y) = -\rho(x, y) / \varepsilon_0. \quad (1)$$

При преобразовании в ДСО продольные компоненты полей сохраняются, а поперечные перепутываются []. Это значит, что магнитное поле пучка в неподвижной лабораторной системе отсчета (ЛСО) в ДСО преобразуется в электрическое поле, сжимающее пучок (пинч-эффект) [2]. В силу симметрии поле $\mathbf{E} = -\nabla_{x,y}\Phi$ в центре пучка отсутствует, максимально на его периметре и приводит к расталкиванию (расплыванию). Продольное магнитное поле приводит к поперечному движению электронов по циклоидальным кривым вдоль прямоугольного периметра. Поскольку электрическое поле неоднородное, движение достаточно сложное. При этом можно рассматривать несколько конгруэнтных вложенных прямоугольников разных размеров и анализировать траектории для каждого из них, что позволяет получать картину изменения поперечного сечения пучка. Учет продольного движения приводит к сложным траекториям винтового типа. Будем решать (1) методом двойных рядов [3] в прямоугольных координатах:

$$\Phi(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn} \cos((2m-1)\pi x/a) \cos((2n-1)\pi y/b). \quad (2)$$

Этот потенциал удовлетворяет граничным условиям ($\Phi(\pm a/2, y) = 0$, $\Phi(x, \pm b/2) = 0$) и симметричен. Система функций в (2) полная и ортогональная, при этом

$$f_{mn} = 4 \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{\rho(x, y) \cos((2m-1)\pi x/a) \cos((2n-1)\pi y/b)}{ab\varepsilon_0 [(2m-1)^2 \pi^2 / a^2 + (2n-1)^2 \pi^2 / b^2]} dx dy. \quad (3)$$

Метод позволяет рассматривать пучок с неоднородной плотностью. Наиболее простой результат получается для постоянной плотности пучка:

$$f_{mn} = \frac{b^2 \rho \sin((m-1/2)\pi w/a) \sin((n-1/2)\pi t/b)}{\pi^4 \varepsilon_0 [(m-1/2)^2 (b/a)^2 + (n-1/2)^2] (m-1/2)(n-1/2)}. \quad (4)$$

Поскольку коэффициенты (4) убывают существенно быстрее, чем $(m^2 (b/a)^2 + n^2)^{-1} m^{-1} n^{-1}$, то достаточно учесть по несколько членов в рядах: M и N . Целесообразно брать $M = [a/b]N$ (скобки означают целую часть). Вполне достаточно взять $N = 5$. Можно получить и более точные результаты, вычтя и добавив в (2) асимптотические значения при больших m и n , а затем просуммировав асимптотический ряд аналитически.

Если $I = \rho_0 v S$ – ток пучка в ЛСО, где S – сечение пучка, то плотность заряда в ней определяется как $\rho_0 = I/(vS)$. В ДСО имеем $\rho = \rho_0 \gamma$, где $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$. В ней ток

отсутствует, нет собственного магнитного поля пучка, поэтому проще решить уравнения движения в ней, сделав затем преобразования к ЛСО. В последней магнитная сила противодействует электрической и сжимает пучок. Естественно, сокращение длины и замедление времени в ДСО компенсируют отсутствие магнитного поля. Для приближенного определения сжимающей магнитной силы воспользуемся теоремой о циркуляции магнитного поля, которая равна $\tilde{I} = I\tilde{S}/S$, где \tilde{S} – сечение пучка, охватываемое контуром \tilde{L} , \tilde{I} – ток через это сечение. Полагая касательное магнитное поле на контуре постоянным, имеем сжимающую магнитную силу $F_v^m = -ev\mu_0 Ia'b' / [ab(2a' + 2b')]$. Здесь предположено, что контур прямоугольный с размерами a' , b' . Например, для $a = 10b$, $a' \approx a$, $b' \approx b/2$ имеем направленную внутрь пучка силу $F_v^m = -ev\mu_0 I / (4a)$. Она в v^2/c^2 меньше электростатической [2].

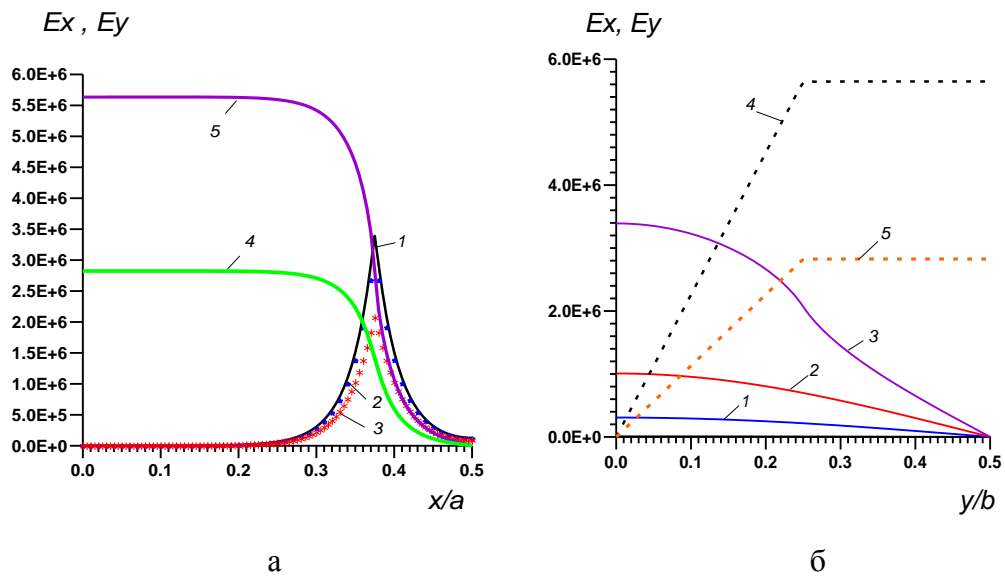


Рис. 1. А: Компоненты электрического поля (В/м) в зависимости от нормированной координаты x/a для $y=0$ (кривая 1), $y=0.25t$ (2, 4) и $y=0.5t$ (3, 5); кривые 1, 2, 3 – компонента E_y , кривые 4, 5 – компонента E_x . Б: Компоненты E_x (сплошные линии) при разных y и E_y (пунктирные линии) в В/м в зависимости от нормированной координаты y/b для $x=0.25w$ (кривая 1), $x=0.4w$ (2), $x=0.5w$ (3, 5) и $x=0$ (4)

Таким образом, при начальном равновесном состоянии прямоугольного ленточного пучка результирующая поперечная сила электростатического расталкивания и магнитного сжатия приводят в продольно магнитном поле к поперечному движению по эпициклоиде вдоль соответствующих прямоугольных контуров [2], но из-за неоднородности поля линии поперечного дрейфа не являются прямыми. Из-за продольного дрейфа движение происходит по винтовым траекториям. Плотность пучка становится неоднородной и спадает к его периферии. Электрическую силу определим дифференцированием (2): $F_v^e = -e\nabla_{xy}\Phi$. Можно дифференцировать непосредственно ряд (2), но точнее вычислить потенциал и использовать многоточечные формулы численного дифференцирования высоких порядков. Это имеет значение, если решаются уравнения движения и вычисляется потенциал методом крупных частиц, и ряд (21) вычисляются на каждом шаге. Тогда уменьшение возможного числа членов ряда является важным фактором. На рис. 1, а и б приведено распределение компонент электрического поля $E_x = -e\partial\Phi(x, y)/\partial x$, $E_y = -e\partial\Phi(x, y)/\partial y$ в зависимости от x (а) и y (б). Взяты следующие

параметры пучка и канала: ток $I=0.5$ А, $a=2$, $b=0.2$, $a'=1.5$, $b'=0.1$ (мм), замедление $n=c/v=3$, соответствующее анодному напряжению 31.5 кВ. Учет магнитной силы приводит к уменьшению силы, расширяющей пучок: $F_{vy} = F_{vy}^e - F_{vy}^m$. Для рассмотренного замедления уменьшение составляет примерно 10%. Поскольку поперечное движение электронов в продольном магнитном поле B суть эпициклоиды из разных точек контура, происходит расширение пучка примерно на удвоенный радиус $2r$ во все стороны, где $r = mE/(eB^2)$. Для магнитного поля $B=1$ Тл и приведенных на рис. 1 средних значений электрического поля $E \approx 2.5 \cdot 10^6$ В/м на границе пучка имеем $r = 1.43 \cdot 10^{-3}$ мм. Расширение пучка происходит примерно на три микрона, т.е. порядка 3%. На рис. 1, б компонента E_y приведена для $x=0$ (кривая 4) и на границе $x = a'/2$, где она примерно в два раза меньше. Из рис. 1, б следуют следующие свойства зависимости нормальной и касательной к широкой границе пучка компонент электрического поля от соответствующих нормальной (рис. 1, б) и касательной (рис. 1, а) координат. В области границы ленточного пучка в прямоугольном экране с высокой степенью точности нормальная к широкой грани пучка компонента много больше касательной ($E_y \gg E_x$) и во всем занятом пучком пространстве взаимодействия линейно зависит от нормальной (поперечной) координаты, тогда как ее зависимость от касательной координаты почти отсутствует и проявляется только на границе пучка, после которой она резко спадает до нуля к экрану. Вне пучка нормальная компонента почти постоянная, а касательная спадает к экрану до нуля. Это означает, что под действием электростатического поля пучок в фокусирующем магнитном поле расширяется с коэффициентом расширения, примерно пропорциональным расстоянию до его центра. Компонента E_x почти не зависит от x и мала на большей части пучка, но при приближении к границе начинает резко расти, а за ней убывает. Ее зависимость от y в области пучка слабая убывающая, а вне пучка она спадает до нуля на экране. Можно считать, что результирующая плотность имеет вид $\tilde{\rho} \approx \rho_0 \left(1 - \alpha \sqrt{(2x/w')^2 + (2y/t')^2} \right)$. Здесь $w' \approx w + 2r$, $t' \approx t + 2r$ – размеры расширенного пучка. Вообще говоря, радиус есть функция поля \mathbf{E} , т.е. координат $r = r(x, y)$. Но можно взять некое среднее значение. Коэффициент α мал и может быть определен из условия равенства полного заряда для обеих плотностей. Для ленточного пучка можно взять $\alpha = 4r/t$. Используя в (4.52) новую плотность, можно уточнить поле и радиус r .

Рассмотрим поперечное движение частиц, считая сечение прямоугольным. Частица, выходящая из точки (x, y) движется по близкой к эпициклоиде кривой, при этом радиус r меняется, поскольку меняется величина поля $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$. Траектории можно строить дискретным методом, считая, что частица дрейфует на расстояние r перпендикулярно электрическому полю $\mathbf{E} = \mathbf{x}_0 E_x + \mathbf{y}_0 E_y$ (в сильном магнитном поле радиус мал, и на таком расстоянии поле меняется слабо). Граница пучка определяется как огибающая траекторий. Как показывают расчеты, дрейфовые траектории напоминают прямоугольники со скругленными углами, концы которых изогнуты либо по, либо против часовой стрелки (в зависимости от направления магнитного поля) рис. 2. Это происходит, если пучок достаточно протяженный, т.е. электрон успевает пройти пространство взаимодействия за время, необходимое для поперечного дрейфа по всему контуру. Поскольку для дрейфовой скорости имеем $u = E/B$, то при рассмотренных полях она примерно на два порядка ниже скорости света, тогда как продольная скорость порядка $c/3$. Поэтому для выполнения указанного условия длина канала должна составлять примерно 30–40 периметров, что в рассмотренном случае составляет 90–120 мм. Это достаточно большая длина: при замедленной длине волны 0.5 мм ЗС должна содержать порядка 200 периодов, т.е. реально

условие не выполняется. Его выполнение возможно при больших замедлениях, меньшей ширине и токе пучка и более сильном магнитном поле.

При отклонении от центра вдоль периметра прямоугольника величина E и радиус растут, поэтому в сильном магнитном поле сечение пучка близко к прямоугольному, но имеет изогнутую форму со скругленными на радиус углами рис. 2. В бесконечно сильном поле изогнутость исчезает, и пучок имеет прямоугольное сечение. Для упрощения рассмотрим предельный случай бесконечно тонкого ($t=0$) пучка. Электрическое поле при $x=0, y=0$ отсутствует. Компонента E_y отсутствует на всей ленте пучка и начинает расти при удалении от ленты, а E_x возрастает у границы $x=w/2$. Это приводит к тому, что частицы начинают двигаться по эллиптическим орбитам, лента приобретает ширину порядка $2r$ и изгибается пропеллером. Ширина пучка возрастает к краям.

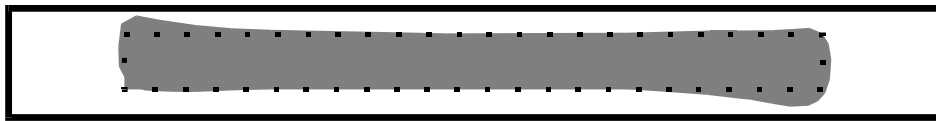


Рис. 2. Изменение сечения ленточного пучка при $B=0.5$ Тл. Пунктир – форма пучка на входе

Потенциал и плотность заряда прямоугольного пучка имеют плоскости симметрии $x=0$ и $y=0$. Магнитное поле приводит к исчезновению плоскостей симметрии, но имеется центр симметрии $x=y=0$. Для получения такого поля формулу (2) следует видоизменить:

$$\Phi(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [f_{mn} \cos((2m-1)\pi x/a) \cos((2n-1)\pi y/b) + g_{mn} \sin(2m\pi x/a) \cos(2n\pi y/b)], \quad (5)$$

$$g_{mn} = 4 \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\rho(x, y) \sin(2m\pi x/a) \sin(2n\pi y/b)}{ab\epsilon_0 [(2m\pi/a)^2 + (2n\pi/b)^2]} dx dy. \quad (6)$$

Интегрирование ведется по всему поперечному сечению (по области, где плотность отлична от нуля). Аналогичные пределы интегрирования следует теперь взять и в формуле (3). Решая уравнения движения методом крупных частиц, определяем $\rho(x, y)$, вычисляем интегралы и определяем скорректированное поле пучка. Продольная модуляция плотности пучка ВЧ полем приводит к некоторому увеличению расширения пучка в области сгустков и к более сложной картине распределения пучка.

Библиографический список

1. Ю.В. Алехин, М.П. Апин, А.А. Бурцев, Н.А. Бушуев, О.В. Воронков, Ю.А. Григорьев, М.В. Давидович, А.Б. Данилов, В.М. Исаев, И.Н. Кабанов, В.П. Кудряшов, П.П. Куцько, В.П. Мещанов, И.Г. Насенков, А.Д., Рафалович В.И. Роговин, А.Г. Рожнев, В.И. Шестеркин. Сверхширокополосные лампы бегущей волны. Исследование в СВЧ-, КВЧ- и ТГЧ-диапазонах. Внедрение в производство / Под ред. Н.А. Бушуева. М.: Радиотехника, 2016, 480 с.
2. М.В. Давидович. “Решение трехмерного уравнения Пуассона для цилиндрического магнетрона”. Радиотехника и электроника, т. 31, № 11, 1986. – С. 2224-2232.
3. S.E. Tsimring. Electron beams and microwave vacuum electronics. Wiley-Interscience, 2007. 567 p.