

Углы осечки волнового вектора обратной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине

На основе анализа дисперсионного уравнения обратной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине, получены выражения для углов отсечки волнового вектора этой волны. Показано, что выражения для этих углов совпадают с аналогичным выражением для угла отсечки спиновой волны в неограниченном ферромагнетике. В полярной системе координат изображены области углов, соответствующие всем возможным ориентациям волнового вектора для обратной и поверхностной спиновых волн в ферритовой пластине и для спиновой волны в неограниченном ферромагнетике.

Ключевые слова: обратная спиновая волна, угол отсечки

Как известно, в касательно намагниченной ферритовой плёнке могут распространяться с малыми потерями обратные спиновые волны (ОСВ), называемые также обратными объёмными магнитостатическими волнами [1]. Многие свойства ОСВ и устройства, использующие эти волны, описаны в ряде монографий [2 – 8], а также в относительно недавних работах [9 – 14]. Ниже будет получена формула для углов отсечки волнового вектора ОСВ, что значительно упростит поиск возможных ориентаций возбуждающего преобразователя при проведении экспериментов.

Рассмотрим бесконечную ферритовую пластину 2 толщиной s , окружённую полупространствами вакуума 1 и 3 (рис. 1). Пластина намагничена до насыщения касательным однородным магнитным полем \mathbf{H}_0 . Используя в качестве исходных уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении $\text{rot} \mathbf{h} = 0$ и $\text{div} \mathbf{b} = 0$ и вводя магнитостатический потенциал Ψ в соответствии с выражением $\mathbf{h} = \text{grad} \Psi$, можно получить уравнения для потенциала внутри и вне ферритовой пластины (Ψ_2 и $\Psi_{1,3}$ соответственно):

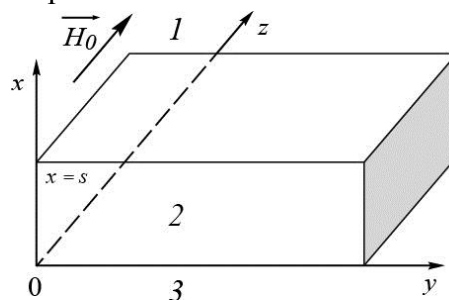


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 и 3 – вакуум, 2 – ферритовая пластина (плёнка).

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

Исходя из непрерывности потенциала и нормальной компоненты магнитной индукции на границах сред $x = s$ и $x = 0$, найдём граничные условия $\mu \partial \Psi_2 / \partial x + i v \partial \Psi_2 / \partial y = \partial \Psi_{1,3} / \partial x$ и $\Psi_2 = \Psi_{1,3}$. Здесь $\mu = 1 + \omega_M \omega_H / (\omega_H^2 - \omega^2)$ и $v = \omega_M \omega / (\omega_H^2 - \omega^2)$ – диагональная и недиагональная компоненты тензора магнитной проницаемости феррита, $\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = 4\pi M_0$, $\omega = 2\pi f$, γ – гиромагнитная постоянная, $4\pi M_0$ – намагниченность насыщения феррита, f – частота.

Решения для магнитного потенциала внутри и вне пластины запишем в виде

$$\begin{cases} \Psi_1 = C \exp(-k_{1x}x - ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_2 = (A \sin(k_{2x}x) + B \cos(k_{2x}x)) \exp(-ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_3 = D \exp(k_{3x}x - ik_y y - ik_z z) \end{cases} \quad (3)$$

где k_{1x} , k_{2x} , k_{3x} , k_y и k_z – компоненты волнового вектора вдоль осей координат (причем k_{1x} , k_{2x} и k_{3x} – положительные числа и $k_{3x} = k_{1x}$), а A , B , C , D – произвольные коэффициенты. Подставляя выражения (3) в (1) и (2), можно выразить k_{1x} , k_{2x} и k_{3x} через k_y и k_z :

$$\begin{cases} k_{1x} = \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \\ k_{2x} = \sqrt{-k_y^2 - k_z^2 / \mu} \end{cases} \quad (4)$$

Подставляя выражения (3) в граничные условия и решая получившуюся систему из четырёх уравнений, можно вывести следующее дисперсионное уравнение

$$\mu^2 k_{2x}^2 + v^2 k_y^2 - k_{1x}^2 - 2\mu k_{1x} k_{2x} \operatorname{ctg}(k_{2x}s) = 0 \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет решения, если величина k_{2x} , определяемая выражением (4), является действительной, что возможно при $k_z \neq 0$ и $\mu < 0$ – то есть, в диапазоне частот $\omega_H < \omega < \omega_L$, где $\omega_L = 1/(\omega_H^2 + \omega_M \omega_H)^{1/2}$. Эти решения соответствуют *обратной спиновой волне*. Поскольку в (5) входит периодическая функция – котангенс от произведения $k_{2x}s$, то уравнение имеет *множество решений* или *мод*, у каждой из которых произведение $k_{2x}s$ отличается на $(m-1)\pi$ (что приводит к различным значениям k_{1x} , k_{2x} , k_y и k_z для каждой моды). Номер моды m принимает значения натуральных чисел ($m = 1, 2, \dots$), так что *первая мода* соответствует величине $m = 1$, *вторая мода* – $m = 2$ и т.д.

Запишем дисперсионное уравнение ОСВ в полярной системе координат. Введем волновой вектор \mathbf{k} , модуль которого связан с k_y и k_z соотношениями

$$\begin{cases} k_y = -k \sin \varphi \\ k_z = k \cos \varphi \end{cases}, \quad (6)$$

где φ – угол между вектором \mathbf{k} и осью z , причём значения φ отсчитываются от оси z . Подставляя (6) в (4) для k_{1x} и k_{2x} получим следующие выражения

$$\begin{cases} k_{2x} = \alpha k \\ k_{1x} = k \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\alpha = \sqrt{-\mu^{-1} \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi} \quad (8)$$

С учётом (6) – (8), запишем уравнение (5) в полярной системе координат в виде:

$$\mu^{-1} + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi + 2\alpha \operatorname{ctg}(\alpha ks) = 0, \quad (9)$$

где введено обозначение $\mu_{\perp} = (\mu^2 - v^2)/\mu$. Из уравнения (9) модуль волнового вектора k можно выразить в явном виде через угол φ и параметры ферритовой пластины

$$k = \Phi(\varphi, f) = \frac{1}{\alpha s} \left[(m-1)\pi + \operatorname{arccctg} \left(\frac{1/\mu + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi}{-2\alpha} \right) \right]. \quad (10)$$

Напомним вначале, что для вычисления угла отсечки *поверхностной* спиновой волны находят соотношение между частотой и ориентацией волнового вектора при условии $k \rightarrow \infty$ (см. [9, 15]). Из этого соотношения легко получить выражение для *одного* из четырёх углов отсечки этой волны и записать его в следующем виде

$$\varphi_{cut1} = \arccos \frac{\omega + \sqrt{\omega^2 - \omega_{\perp}^2}}{\omega_H + \omega_M}. \quad (11)$$

Остальные *три* угла отсечки связаны с углом φ_{cut1} следующими соотношениями: $\varphi_{cut2} = \pi - \varphi_{cut1}$, $\varphi_{cut3} = \varphi_{cut1} - \pi$ и $\varphi_{cut4} = -\varphi_{cut1}$, причём значения всех углов φ_{cut1} , φ_{cut2} , φ_{cut3} и φ_{cut4} отсчитываются от оси y - оси коллинеарного распространения для *поверхностной* волны.

Однако для нахождения углов отсечки ОСВ нельзя в (9) полагать $k \rightarrow \infty$, так как величина k входит в состав аргумента тригонометрической функции. В случае с этой волной необходимо вначале выяснить, как меняются ее параметры с увеличением k .

С этой целью проанализируем свойства уравнения (9), рассчитывая в ходе анализа различные характеристики ОСВ при тех параметрах ферритовой пластины и H_0 , которые использовались ранее в [11, 14]: $H_0 = 367$ Э, $4\pi M_0 = 1870$ Гс, $s = 82$ мкм. При данных параметрах ОСВ существуют в интервале частот 1029 МГц $< f < 2539$ МГц, где $\mu < 0$ (причём модуль μ может быть как больше, так и меньше единицы), $\mu_{\perp} > 0$, а величина α , определяющая в соответствии с (7) x -компоненту волнового числа k_{2x} , – действительное положительное число. Изочастотные зависимости ОСВ имеют такую форму, при которой величина k неограниченно возрастает [11, 12, 14]. Пусть значение частоты f фиксировано, и выбрано так, что $\mu < -1$. В этом случае в уравнении (9) при $\varphi = 0$ сумма первого, второго и третьего слагаемых положительна, и, чтобы уравнение выполнялось, величина $\text{ctg}(aks)$ должна быть отрицательной, что возможно лишь при условии $\pi/2 + (m - 1)\pi < aks < m\pi$. Полагая, например, $f=1800$ МГц (при этом $\mu = -1.47$, $\mu_{\perp} = 11.24$) и рассчитывая значения фазы aks в зависимости от угла φ (рис. 2б), легко убедиться, что, действительно, при $\varphi = 0$ для первой моды ($m = 1$) величина $aks = 101^\circ\pi/180^\circ$ лежит в интервале $\pi/2 < aks < \pi$. С увеличением абсолютных значений φ от нуля до 39.52° величина k стремится в бесконечность, величина α – к нулю (рис. 2а), а фаза aks стремится *слева* (т.е., со стороны меньших значений) к величине $m\pi$ или $180^\circ m$ (рис. 2б), – вот как неочевидно меняются параметры ОСВ вдоль изочастотной зависимости!

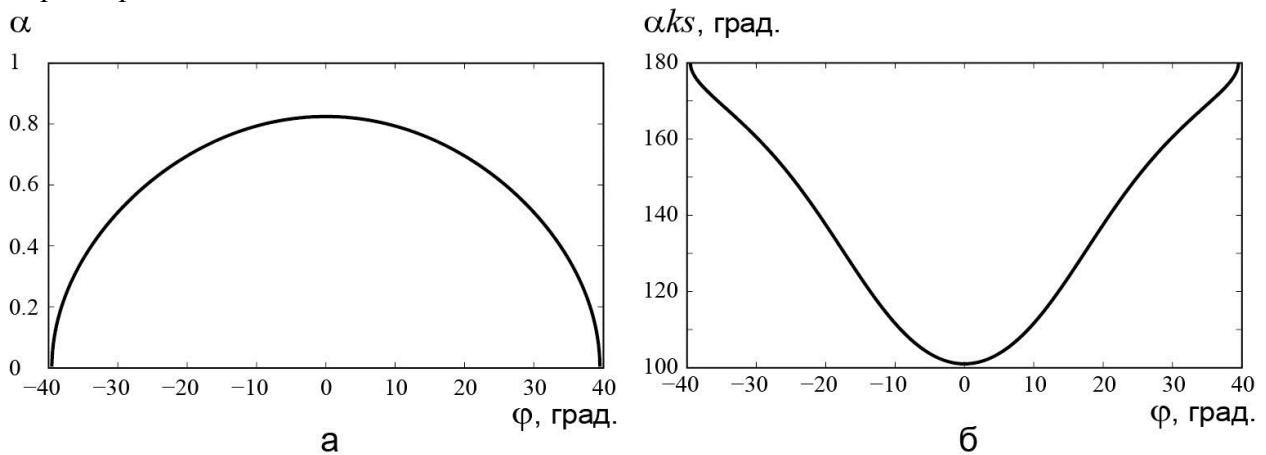


Рис. 2. Изменение величины α (а) для всех мод ОСВ и фазы aks для первой моды волны (б) в зависимости от ориентации φ волнового вектора при частоте $f = 1800$ МГц, для которой $\varphi_{cut1} = 39.52^\circ$.

Таким образом, проведённый анализ показывает, что в дисперсионном уравнении ОСВ (9) *величина k может неограниченно возрасть только при условии одновременного стремления к нулю величины α , так что при этом фаза aks стремится слева к $m\pi$, а величина $\text{ctg}(aks)$ принимает отрицательные значения.* Из приведённых рассуждений следует, что *угол отсечки можно вычислить из условия $\alpha = 0$.* Итак, исходя из условия $\alpha = 0$ с учётом (8), для вычисления угла отсечки ОСВ φ_{cut} получим уравнение

$$\cos^2 \varphi_{cut} + \mu \sin^2 \varphi_{cut} = 0 \text{ или } \text{tg} \varphi_{cut} = \sqrt{-1/\mu}. \quad (12)$$

В интервале углов от $-\pi$ до π решениями уравнения (12) являются *четыре* угла отсечки φ_{cut1} , $\varphi_{cut2} = \pi - \varphi_{cut1}$, $\varphi_{cut3} = \varphi_{cut1} - \pi$ и $\varphi_{cut4} = -\varphi_{cut1}$, где величина φ_{cut1} , в соответствии с (12), определяется следующими выражениями

$$\varphi_{cut1} = \arctg \sqrt{-\frac{1}{\mu}} = \arctg \sqrt{\frac{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}{\omega^2 - \omega_H^2}} \quad (13)$$

Соотношение (13) описывает углы отсечки для *всех мод* ОСВ, поскольку оно найдено из условия $\alpha = 0$, в которое не входит номер моды.

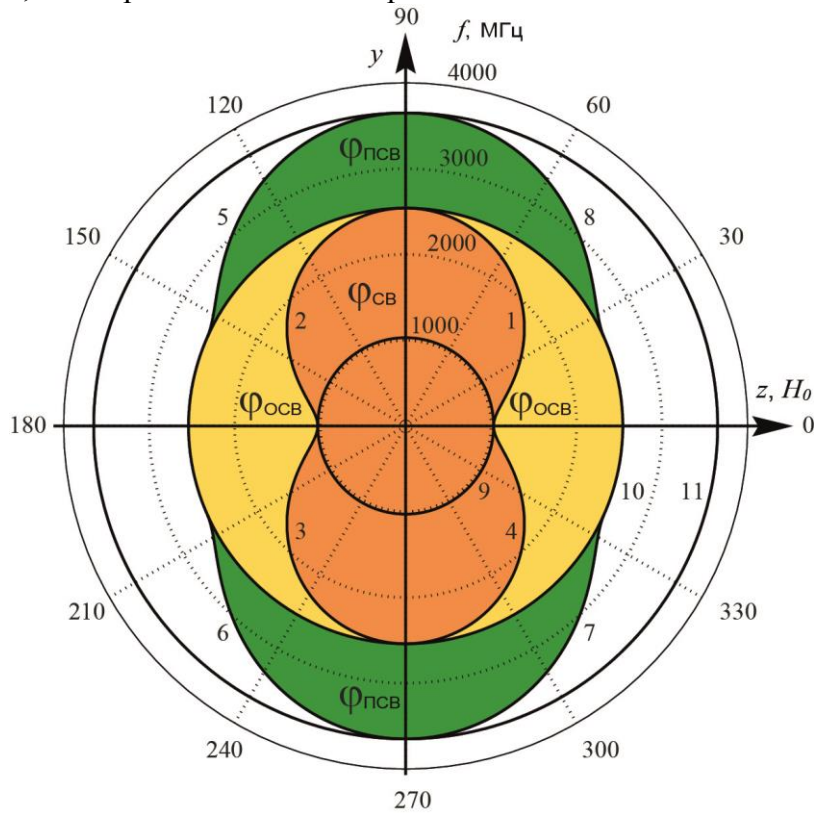


Рис. 3. Изменение углов отсечки волнового вектора φ_{cut} в зависимости от частоты f спиновой волны: 1 - 4 – для ОСВ в ферритовой пластине и для спиновой волны в неограниченном ферромагнетике; 5 - 8 – для поверхностной спиновой волны в ферритовой пластине. Окружности 9, 10 и 11 соответствуют значениям частот $f = \omega_H/2\pi = 1029$ МГц, $f = \omega_{\perp}/2\pi = 2539$ МГц и $f = (\omega_H + \omega_M/2)/2\pi = 3649$ МГц. Перечисленные кривые ограничивают на диаграмме области φ_{OCB} , φ_{PCB} и φ_{CB} , соответствующие множеству всех возможных ориентаций волнового вектора для обратной и поверхностной спиновых волн в ферритовой пластине, а также для спиновой волны в неограниченном ферромагнетике.

На рис. 3 в полярной системе координат рассчитано изменение углов отсечки ОСВ φ_{cut1} , φ_{cut2} , φ_{cut3} и φ_{cut4} в зависимости от частоты f (кривые 1 – 4 соответственно) для приведённых выше параметров ферритовой пластины и величины H_0 . Отметим, что кривые 1 – 4 на рис. 3 описывают также изменение углов отсечки спиновой волны в неограниченной ферритовой среде, поскольку выражение для угла отсечки этих волн (см. формулу (17) в [16]) совпадает¹ с выражением (13) для угла отсечки ОСВ. Кроме того, на рис. 3 представлено изменение углов отсечки поверхностной спиновой волны φ_{cut1} , φ_{cut2} , φ_{cut3} и φ_{cut4} , определяемых формулой (11), в зависимости от частоты f (кривые 5 – 8 соответственно). Кривые 1 – 8 вместе с окружностями $f = \omega_H/2\pi$, $f = \omega_{\perp}/2\pi$ и $f = (\omega_H + \omega_M/2)/2\pi$ (окружности 9 – 11 соответственно) ограничивают области, соответствующие множеству всех возможных ориентаций волнового вектора для обратной и

¹ Хотя описание ОСВ проводилось в магнитоэстатическом приближении, а описание спиновых волн неограниченного ферромагнетика в [16] – нет, углы отсечки в обоих случаях были найдены из условия $k \rightarrow \infty$, при котором оба эти способа описания волн становятся идентичными, а сравнение формул для углов отсечки – правомерным.

поверхностной спиновых волн в ферритовой пластине, а также для спиновой волны в неограниченном ферромагнетике (области $\Phi_{\text{осв}}$, $\Phi_{\text{псв}}$ и $\Phi_{\text{св}}$ соответственно).

Более подробно данное исследование изложено в [17].

Библиографический список

1. Damon R. W., Eshbach J. R. Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab. / J. Phys. Chem. Sol., 1961, v.19, №3/4, p.308-320.
2. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики / М.: Мир, 1965.
3. Вапнэ Г.М. СВЧ устройства на магнитостатических волнах. / Серия 1, Электроника СВЧ. № 8 (1060), 1984.
4. Данилов В.В., Зависляк И.В., Балинский М.Г. Спинволновая электродинамика. / Киев: Либідь, 1991.
5. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. / Саратов: Издательство Саратовского университета, 1993.
6. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны / Москва, Наука, 1994.
7. Stancil D.D., Prabhakar A. Spin Waves: Theory and applications / Business Media, N. Y.: Springer Science, 2009.
8. Topics in Applied Physics, V. 125. Magnonics: From Fundamentals to Applications / Editors: Demokritov S.O., Slavin A.N. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.
9. Анненков А.Ю., Герус С.В. Распределение полей магнитостатических волн в касательно намагниченной ферромагнитной пластине. / ЖТФ, 1999. т.69 – №1 – с. 82-86.
10. Локк Э.Г. Дисперсия магнитостатических волн в композитной структуре феррит – решётка металлических полосок. / Радиотехника и электроника, 2003. т.48 – №12 – с. 1484-1494.
11. Вашковский А.В., Локк Э.Г. Свойства обратных электромагнитных волн и возникновение отрицательного отражения в ферритовых пленках. / Успехи физических наук, 2006. т. 176 – № 4 – с. 403-414.
12. Локк Э.Г. Свойства изочастотных зависимостей и законы геометрической оптики. / Успехи физических наук. 2008, т. 178 – № 4 – с 397-417.
13. Вашковский А.В., Локк Э.Г. О физических свойствах обратной магнитостатической волны при ее описании на основе уравнений Максвелла. / Радиотехника и электроника, 2012. т.57 – №5 – с. 541-549.
14. Локк Э.Г. Угловая ширина волнового пучка обратной спиновой волны, возбуждаемой линейным преобразователем в ферритовой пластине / Радиотехника и электроника, 2015. т.60 – №1 – с. 102-106.
15. Беспятых Ю.И., Зубков В.И., Тарасенко В.В. Распространение поверхностных магнитостатических волн в ферромагнитной пластине / ЖТФ, 1980. т. 50 – №1 – с. 140-146.
16. Локк Э.Г. Изочастотные поверхности и зависимости электромагнитных волн в неограниченном ферромагнитном пространстве / Радиотехника и электроника, 2017. т.62 – №3 – с. 259-268.
17. Локк Э.Г. Углы отсечки обратной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине / Радиотехника и электроника, 2018, в печати.