## Оптимизация одноуровневой квантовой модели приповерхностных индуцированных слоев в СВЧ-приборах на основе системы металл-диэлектрик-полупроводник

Предлагается усовершенствование компактной модели, применяемой при расчетах распределения заряда и потенциала в МДП-структурах в режиме инверсии. Благодаря усовершенствованию, область использования модели может быть расширена на произвольные режимы, а также на случаи сильного легирования полупроводника, когда изначальный вариант становился неприменимым. Данное улучшение существенно для расчетов широкого круга СВЧ-приборов, функционирование которых основано на формировании индуцированных двумерных слоев заряда. Новые моменты связаны с введением дополнительного уровня на краю приповерхностной квантовой ямы и с рядом математических уточнений. Результаты проверены сопоставлением с опорными данными.

## Ключевые слова: приповерхностное квантование, структура металл-диэлектрик-полупроводник, инверсия, обогащение, компактное моделирование.

При анализе характеристик целого ряда СВЧ-приборов, функционирование которых основано на появлении индуцированного инверсного или обогащенного слоя у границы раздела диэлектрик–полупроводник, возникает потребность в моделировании профилей заряда или потенциала в таких слоях и в структуре в целом. Пренебрежение квантовыми эффектами в таком случае приводит к неприемлемо большому занижению величины изгиба зон  $q\phi_s$  в полупроводнике [1]. Надежным способом подобных расчетов является самосогласованное решение уравнений Шрёдингера и Пуассона [2]. На современных вычислительных мощностях, в случае единичного прибора, этот подход не представляется ресурсозатратным. Однако при моделировании интегральных микросхем такое решение необходимо для огромного количества приборов, и поэтому использование более простых алгоритмов может быть полезным для оптимизации вычислений в целом. Соответственно, разработка надежных компактных моделей остается актуальной задачей.

Для важной ситуации умеренно легированной структуры металл-диэлектрикполупроводник (МДП) в режиме инверсии неплохим приближением является введение одного эффективного уровня  $E_0$  в квантовой яме, которому приписывается волновая функция  $\psi_0 = (b^3/2)^{1/2} \cdot z \cdot \exp(-bz/2)$  с параметром *b*, определяемым путем минимизации энергии [1]. Такая модель, однако, неприменима при высоких концентрациях примеси, а также в режимах аккумуляции. Но с учетом простоты модели желательно расширить диапазон ее работоспособности и на подобные случаи.

В настоящей работе предлагается усовершенствование, заключающееся во введении дополнительного уровня  $E_c$  на краю ямы. На Рис. 1, для определенности, показан случай электронной ямы. Через *w* обозначена ширина области изгиба зон (для режима инверсии это просто ширина области обеднения). Трехмерная концентрация носителей на «уровне»  $E_c$ , не зависит от координаты, она определяется энергией Ферми  $E_F$  ямы, а конкретно для равновесия в подложке – плотностью доноров или акцепторов (величина  $N_D$  или  $N_A$ ). При

выполнении вышеупомянутой процедуры минимизации энергии для нахождения значения b (см<sup>-1</sup>), наряду с  $E_0$ , учитывается наличие  $E_c$ ; кроме того, допускается ситуация, что  $E_0$  в мелкой яме может и не существовать, тогда весь заряд носителей сосредоточен на  $E_c$ . В процессе нахождения b определяются концентрации  $N_{s0}$  и  $N_{sc}$  (см<sup>-2</sup>) на уровнях, а также w (см), после чего вычисляется весь профиль зон  $q\phi(z)$ .



Рис. 1. Зонная диаграмма МДП-структуры с индуцированным электронным слоем (*E*<sub>c</sub> – дополнительный «уровень», вводимый в рассмотрение, наряду с основным уровнем ямы *E*<sub>0</sub>).

Таким образом, в усовершенствованной модели заряд носителей (в условиях Рис. 1 – электронов) составляет  $N_{\rm s} = N_{\rm s0} + N_{\rm sc}$ , а полный заряд в полупроводнике будет

$$N_{stot} = N_s + wN_A (depl/inv); N_{stot} = N_s(acc)$$
(1)

для режимов обеднения/инверсии и аккумуляции, соответственно. Для простоты считаем, что при z < w атомы примеси полностью ионизованы в первом и не ионизованы во втором режиме. Трехмерная концентрация заряда (см<sup>-3</sup>) в области изгиба зон без учета вклада  $E_0$ :

$$C_{con} = N_A + N_{sc} w^{-1} (depl/inv); C_{con} = N_{sc} w^{-1} (acc)$$
(2)

Оптимальная величина  $b^*$  параметра b находится из выражения:

$$\frac{d}{db} \left( E_{kin} + \frac{E_{in0}}{2} + E_{con} + E_{out} \right)_{b=b^*} = 0$$
(3)

где  $E_{\text{kin}}$  – кинетическая энергия электрона на уровне  $E_0$ ,  $E_{\text{in0}}$  – энергия межэлектронного взаимодействия на уровне  $E_0$ ,  $E_{\text{con}}$  – энергия взаимодействия электрона с уровня  $E_0$  и заряда  $C_{\text{con}}$ , а  $E_{\text{out}}$  – энергия из-за отсутствия заряда  $C_{\text{con}}$  в диапазоне z > w при наличии там заряда  $q|\psi_0(z)|^2 N_{\text{s0}}$  за счет электронов уровня  $E_0$ . Выражения для энергий имеют вид:

$$E_{kin} = \frac{\hbar^2 b^2}{8m_z}; E_{con} = \frac{q^2 C_{con} w^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left[ \frac{6}{bw} - \frac{12}{b^2 w^2} + \left( 1 + \frac{6}{bw} + \frac{12}{b^2 w^2} \right) \exp(-bw) \right]$$
(4a)

$$E_{in0} = \frac{33q^2 N_{s0}}{16\varepsilon_0 \varepsilon_s b}; E_{out} = \frac{3q^2 C_{con}}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left[ \frac{2}{b^2} + \frac{w}{b} + \frac{w^2}{6} \right] \exp\left(-bw\right)$$
(4b)

Здесь  $m_z$  – масса электрона в направлении z, а  $\varepsilon_s$  – проницаемость полупроводника. В рамках старого подхода не было  $E_{out}$ , на месте  $C_{con}$  стояла  $N_A$  и отсутствовало слагаемое с «*exp*» в (4a), появляющееся при аккуратном интегрировании. После нахождения  $b^*$  имеем:

$$E_0 = \left( E_{kin} + E_{in0} + E_{con} \right)_{b=b^*}$$
(5)

а профиль зон в полупроводнике и энергия  $E_c$  вычисляются как ( $z_w = \min(z, w)$ ):

$$q\varphi(z) = \frac{q^2 C_{con}}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left( z_w w - \frac{z_w^2}{2} \right) + \frac{q^2 N_{s0}}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left[ \frac{3}{b^*} - \left( \frac{b^* z^2}{2} + 2z + \frac{3}{b^*} \right) \exp(-b^* z) \right]$$
(6)

$$E_c = q\varphi_s = \frac{q^2 C_{con} w^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s} + \frac{3q^2 N_{s0}}{\varepsilon_0 \varepsilon_s b^*}$$
(7)

При этом концентрации на уровнях *E*<sub>0</sub> и *E*<sub>c</sub> равняются

$$N_{s0} = \frac{\nu_{\perp} m_{\perp} kT}{\pi \hbar^2} \ln \left[ \frac{\exp((E_F - E_0)/kT) + 1}{\exp((E_F - E_c)/kT) + 1} \right]; N_{sc} = n_0 w \cdot \frac{\ln \left[ \exp((E_F - E_c)/kT) + 1 \right]}{\ln \left[ \exp((E_{Fbulk} - E_c)/kT) + 1 \right]} (8)$$

Если оказалось  $E_0 > E_c$ , то считаем, что уровень  $E_0$  не существует и что  $N_{s0} = 0$ . Здесь  $m_{\perp}$  – масса электрона в плоскости интерфейса, а  $v_{\perp}$  – кратность вырождения долин. kT – тепловая энергия,  $E_F$  и  $E_{Fbulk}$  – энергии Ферми в яме и в толще, Рис. 1. Через  $n_0$  (см<sup>-3</sup>) обозначена концентрация электронов в толще, полагаемая равной  $n_i^2/N_A$  для обеднения-инверсии или  $N_D$  для обогащения;  $n_i$  – собственная концентрация. При  $E_F = E_{Fbulk}$ , имеем  $N_{sc} = n_0 w$ .

На Рис. 2а приведены зависимости относительной «глубины» основного уровня  $E_0/q\phi_s$ , ширины w, а также долей заряда в полупроводнике (Si)  $N_{s0}/N_{stot}$ ,  $N_{sc}/N_{stot}$  на уровнях  $E_0$ ,  $E_c$  от сдвига  $\Delta E_F$  энергий Ферми яма-толща для режима обеднения/инверсии. Все кривые построены для одного и того же полного заряда  $N_{stot}$  ( $10^{12}$  или  $10^{13}$  см<sup>-2</sup>). Как можно было предвидеть, роль уровня  $E_c$  нарастает при почти разогнутых зонах, в самой левой части рисунка, где  $\Delta E_F < 0$ . При этом яма сужается, а уровень  $E_0$  перестает существовать. В таких режимах квантовая модель в ее прежнем варианте переставала работать, особенно при повышении концентрации легирующей примеси, и, во избежание срыва счета, превышение  $E_0$  над  $q\phi_s$  приходилось игнорировать.





(соответственно, *N*<sub>s0</sub>/*N*<sub>stot</sub> и *N*<sub>sc</sub>/*N*<sub>stot</sub>). Аргументом выступает сдвиг энергий Ферми толща – яма.

b – Артефакт старого варианта простой модели, исключаемый при усовершенствовании.

Благодаря усовершенствованию модели, ситуация  $E_0 > E_c$  (которая может возникнуть не только при  $\Delta E_F < 0$ , но иногда и при  $\Delta E_F = 0$ ) не вызывает проблем: как пояснено после формул (8), в таком случае принимается, что все электроны располагаются на уровне  $E_c$ . Пример представлен на Рис. 2b, где по абсциссе отложено поле в диэлектрике (SiO<sub>2</sub>); его можно преобразовать к полному заряду:  $F_I = qN_{\text{stot}}/\epsilon_0\epsilon_I$ , где  $\epsilon_I = 3.9$ . Отметим также, что некоторые математические уточнения (наличие экспоненциального члена в (4а), наличие знаменателя в выражении под логарифмом в первой из формул (8)) обеспечивают более плавный подход  $E_0$  к краю ямы.

Параметры  $m_z$ ,  $m_{\perp}$ ,  $v_{\perp}$  для электронов были положены равными  $0.432m_0$ ,  $0.341m_0$ , 6 (Si(100)) или  $0.258m_0$ ,  $0.358m_0$ , 6 (Si(111)) и для дырок  $0.260m_0$ ,  $0.297m_0$ , 3 (Si(100)) или  $0.392m_0$ ,  $0.330m_0$ , 3 (Si(111)). Все результаты – для температуры t = 300 К.

Для проверки количественной состоятельности предложенной усовершенствованной модели проведена ее верификация посредством сравнения с результатами точных расчетов методом Шрёдингера-Пуассона, заимствованными из литературы. Пример такого сравнения представлен на Рис. 3. Показаны зависимости изгиба зон  $q\phi_s$  в кремнии от поля  $F_{\rm I}$ . Для примеси доноров ( $N_{\rm D}$ ) ситуация соответствует режиму аккумуляции, а для акцепторов ( $N_{\rm A}$ ) – обеднению/инверсии. Качественно, поведение кривых понятно: при повышении  $N_{\rm A}$  ( $N_{\rm D}$ ) изгиб уменьшается. Количественно, неточность не превышает 0.04 эВ.

Модель согласуется со своей старой версией для ситуаций слабого легирования, достаточно глубоких и широких ( $6/b \ll w$ ) ям: тогда заряд  $qN_{sc}$  заведомо мал, а вклад  $E_{out}$  и экспоненциальный член в (4a) могут быть опущены. Кроме того, поскольку аккумуляция и инверсия рассматриваются единообразно, при снижении  $N_A$  и  $N_D$  кривые  $q\phi_s(F_I)$  на Рис. 3 для электронных индуцированных слоев сливаются. Аналогичные результаты получаются в случае дырочных приповерхностных индуцированных слоев.



Рис. 3. Изгибы зон в кремнии в МДП-структуре, рассчитанные по усовершенствованной модели. Для сравнения приведены данные точного расчета ( $N_D = 10^{17}$  см<sup>-3</sup> [3] и  $N_A = 10^{18}$  см<sup>-3</sup> [4]).

Косвенным преимуществом введения уровня на краю ямы, имитирующего состояния континуума, является еще возможность «дискретного» расчета туннельного тока через диэлектрик по формуле типа  $j = qN_{s0}/\tau_0 \cdot \Theta(E_0) + qN_{sc}/\tau_c \cdot \Theta(E_c)$ . Это проще традиционного интегрирования  $(4\pi q \nu_\perp m_\perp h^{-3}](f_F - f_m)dE \int \Theta(E,E_\perp)dE_\perp$ ;  $f_F$ ,  $f_m - ф$ ункции Ферми ямы и металла,  $\Theta$  – вероятность, E и  $E_\perp$  – полная и поперечная энергии электрона). Характеристические времена находятся как  $\tau_0 = 24m_z(\hbar b^2)^{-1}$  и  $\tau_c = 2w(kT/m_z)^{-1}$ .

Подведем итоги. В работе был предложен и опробован вариант универсализации ранее известной модели инверсионного слоя в умеренно легированных МДП-структурах, позволяющий применять ее в любых режимах. Потенциальной сферой использования модели являются расчеты СВЧ приборов с индуцированными квантовыми слоями в ситуациях, когда применение самосогласованного решений уравнений Шрёдингера и Пуассона почему-либо неудобно.

## Библиографический список

1. Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М: Мир (1985).

2. Illarionov Yu.Yu., Vexler M.I., Karner M., Tyaginov S.E., Cervenka J., Grasser T. TCAD simulation of tunneling leakage current in CaF<sub>2</sub>/Si(111) MIS structures. Curr. Appl. Phys., v. 15, No. 2, pp. 78-83 (2015).

3. Yang N., Henson W.K., Hauser J.R., Wortman J.J. Modeling study of ultrathin gate oxides using direct tunneling current and capacitance-voltage measurements in MOS devices. IEEE Trans. Electron Dev., v. ED-46, No. 7, pp. 1464-1471 (1999).

4. Suñe J., Olivo P., Riccò B. Quantum-mechanical modeling of accumulation layers in MOS structure. IEEE Trans. Electron Dev., v. ED-39, No. 7, pp. 1732-1739 (1992).