

**Адилова А.Б.<sup>1</sup>, Герасимова С.А.<sup>1</sup>, Рыскин Н.М.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет

<sup>2</sup>Саратовский филиал института радиотехники и электроники РАН

## **Взаимная синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой**

*В данной работе введена в рассмотрение модель двух связанных гиротронов и изучены основные свойства взаимной синхронизации. Время запаздывания сигнала связи, идущего между двумя гиротронами, сильно влияет на картину режимов синхронизации. Модель описывается двумя дифференциальными уравнениями с запаздыванием. Рассчитаны области синфазной и противофазной синхронизации. Результаты теоретического анализа хорошо согласуются с результатами численного моделирования.*

**Ключевые слова:** запаздывание, связанные гиротроны, синхронизация.

Электронно-циклотронный нагрев плазмы в установках термоядерного синтеза является одним из основных направлений применения гиротронов. Для этих целей применяются комплексы из нескольких гиротронов, например, в проекте ITER планируется использование 26 гиротронов мощностью 1 МВт на частоте 170 ГГц [1]. Важно обеспечить когерентную работу всех гиротронов, поэтому задачи синхронизации гиротронов являются сейчас актуальными [2].

В работе [3] исследовалась синхронизация простой модели двух осцилляторов с предельным циклом, связанных с задержкой. Были обнаружены отличия от классической картины синхронизации двух генераторов с одной степенью свободы. В данной работе исследуется взаимная синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой. Запаздывающий характер связи важно учитывать, поскольку расстояние между гиротронами много больше длины волны.

В настоящей работе рассматривается математическая модель двух связанных гиротронов

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dt} + i\frac{\Delta}{2}A_1 + A_1 &= I_s\Phi(A_1) \cdot A_1 + \rho e^{-i\psi}A_2(t-\tau), \\ \frac{dA_2}{dt} - i\frac{\Delta}{2}A_2 + A_2 &= I_s\Phi(A_2) \cdot A_2 + \rho e^{-i\psi}A_1(t-\tau), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta$  — нормированная расстройка собственных частот,  $\Phi$  — комплексный коэффициент электронной восприимчивости,  $I_s$  — нормированный параметр тока,  $\rho$  — параметр связи,  $\tau = \omega_0 t_d / 2Q$  — нормированное время задержки  $t_d$ ,  $\psi = \omega_0 t_d$  — набег фазы сигнала за время прохождения по цепи связи.

Ранее в работе [3] данная система исследовалась в случае слабой нелинейности, когда для восприимчивости можно использовать аппроксимацию вида  $\Phi \approx \alpha - \beta|A|^2$ . Однако, квазилинейная теория справедлива только при малом превышении порога

самовозбуждения. В данной работе использовалась более реалистичная аппроксимация, когда  $\Phi(A)$  находилась путем численного интегрирования известных уравнений гиротрона с фиксированной гауссовой структурой ВЧ-поля [4].

$$\Phi'(|A|^2) = \frac{\alpha' - \beta'|A|^2}{1 + \gamma'|A|^2}, \quad \Phi''(|A|^2) = \frac{\alpha'' + \delta''|A|^2 + \gamma''|A|^4}{1 + \beta''|A|^4}, \quad (2)$$

где  $\alpha'=54.0541$ ,  $\beta'=15 \times 10^2$ ,  $\gamma'=60$ ,  $\alpha''=-22.0$ ,  $\delta''=8 \times 10^3$ ,  $\gamma''=28 \times 10^4$ ,  $\beta''=5 \times 10^4$ .

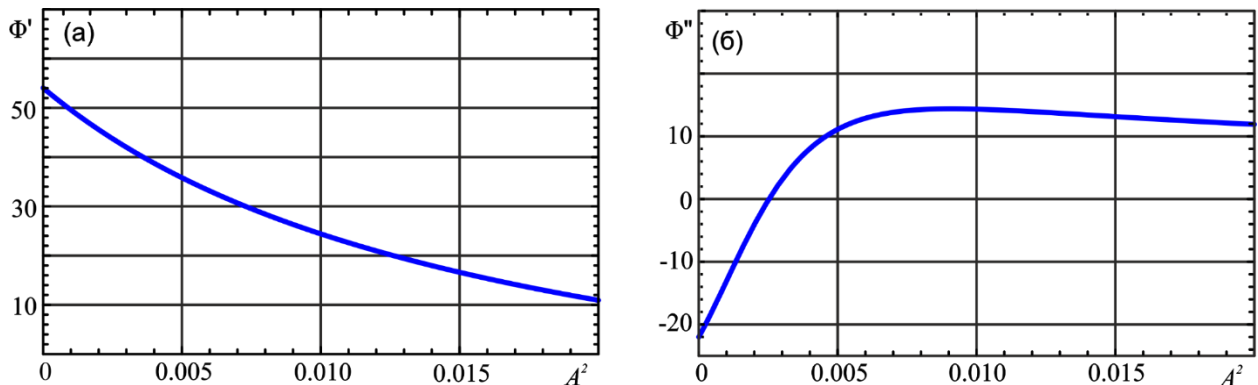


Рис. 1. Зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей коэффициента электронной восприимчивости в случае «мягкого» режима возбуждения. Сплошной линией показаны полученные аппроксимации

Механизм перехода к синхронному режиму хорошо иллюстрирует рис.2. На данном рисунке представлены зависимости КПД и частот первого и второго гиротрона в режиме биений (рис. 2а, в) и в режиме синхронизации (рис. 2б, г).

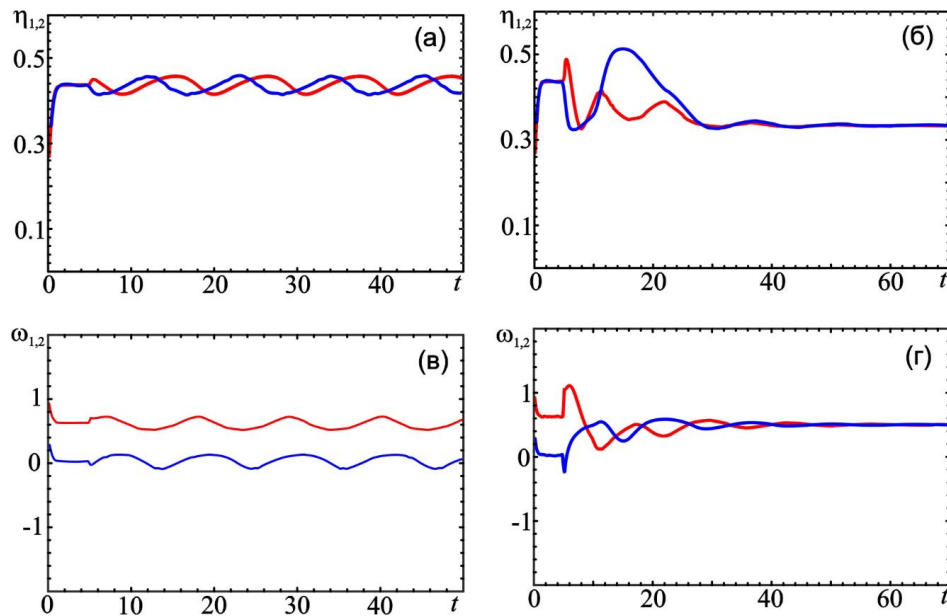


Рис.2. Зависимость КПД (а, б) и частоты (в, г) первого и второго гиротрона при  $\psi=0.2\pi$ ,  $\tau=5$ ,  $I_s=0.05$ ,  $\Delta=0.3$ ,  $\rho=0.1$  – режим биений (а, в) и  $\rho=0.5$  – режим синхронизации (б, г). Сплошной линией показаны зависимость КПД и частоты первого гиротрона, пунктирной – второго гиротрона

Можно видеть (рис. 2б, г), что на начальном этапе переходного процесса частоты и КПД гиротронов различны. Однако в момент времени  $t > \tau$ , сигнал от первого гиротрона начинает воздействовать на второй, и наоборот. После довольно короткого времени, частоты становятся равными, что наглядно показывает механизм фазовой синхронизации.

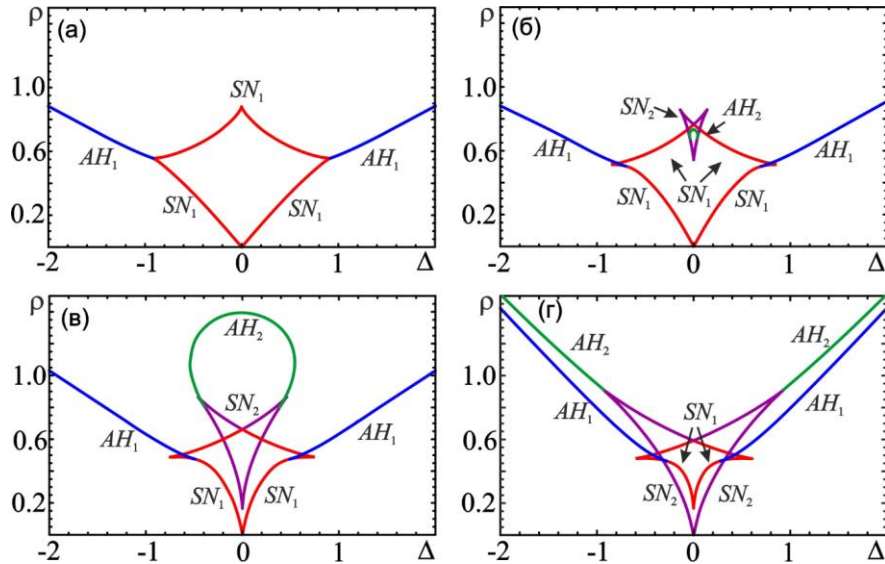


Рис. 3. Языки синхронизации при различных значениях  $\psi$ :  $0.2\pi$  (а),  $0.3\pi$  (б),  $0.4\pi$  (в),  $0.5\pi$  (г).

Было проведено исследование системы в случае, когда амплитуды  $A_{1,2}$  меняются медленно по сравнению с временем задержки. В этом случае (1) превращаются в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Исследование проводилось с использованием программного пакета ХРРАУТ [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Были построены языки синхронизации на плоскости  $\rho, \Delta$  (рис. 3) при различных значениях  $\psi$  для случая «мягкого» возбуждения при  $I_s = 0.05$ . Красным и синим цветом показаны границы синхронизации на синфазной моде, розовым и зеленым – на противофазной.  $SN_1$  – граница захвата частот (седлоузловой бифуркации) на синфазной моде,  $SN_2$  – на противофазной моде.  $AH_1$  – граница подавления (бифуркация Андронова-Хопфа) на синфазной моде,  $AH_2$  – граница синхронизации в результате подавления собственных колебаний одного из гиротронов на противофазной моде.

В данном случае характер связи (диссипативная или инерционная) определяется набегом фазы  $\psi$ . Когда  $\psi \rightarrow 2\pi l$ , связь является диссипативной (рис. 3а), в случае когда  $\psi \rightarrow 2\pi l \pm \pi/2$  связь становится инерционной (рис. 3г).

Также была рассмотрена система из двух связанных гиротронов (1) при конечном времени запаздывания  $\tau$ . Моделирование показало, что увеличение времени запаздывания приводит к ряду нетривиальных эффектов. Прежде всего, отметим, что система (1) является распределенной, т.е. обладает, вообще говоря, бесконечным числом собственных мод. Поэтому с ростом  $\tau$  появляются новые области синхронизации, соответствующие высшим собственным модам (рис. 4). Также было обнаружено, что увеличение запаздывания приводит к изменению формы области синхронизации на противофазной моде. На рис. 4 представлены области синхронизации на плоскости  $\Delta, \rho$  при различных  $\tau$  и  $\psi = 0.4\pi$ .

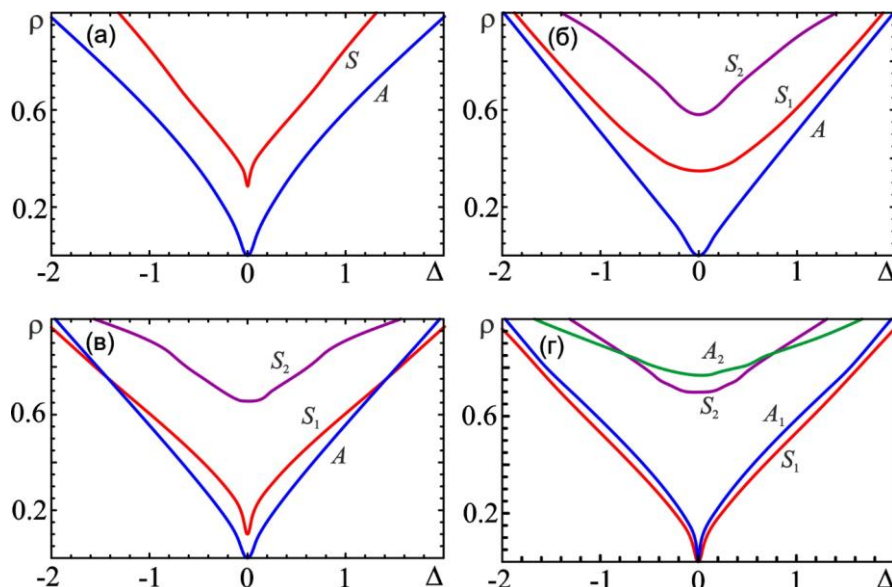


Рис. 4. Области синхронизации на плоскости параметров  $(\Delta, \rho)$ , полученные в результате численного моделирования при  $\psi=0.4\pi$ :  $\tau=1$  (а),  $\tau=3$  (б);  $\tau=4$  (в),  $\tau=5$  (г). А – граница синхронизации на противофазной моде, S – граница синхронизации на синфазной моде.

Таким образом, в работе показано, что запаздывающий характер связи определяет картину синхронизации гиротронов. В зависимости от набега фазы вид языков становится принципиально различным, поскольку связь может быть, как инерционной, так и диссипативной. Более того, при больших временах запаздывания число возможных режимов синхронизации увеличивается.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-32-00124.

#### Библиографический список

1. K. Sakamoto. Progress of High-Power-Gyrotron Development for Fusion Research // Fusion Sci. &Tech, 2007, vol. 52, p. 145-153.
2. R.M. Rozental, N.S. Ginzburg, M.Yu. Glyavin, A.S. Sergeev, and I.V. Zotova. Mutual synchronization of weakly coupled gyrotrons // Physics Plasmas, 2015, vol. 22, p. 093118.
3. S.A. Usacheva and N.M. Ryskin. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2014, vol. 24, p. 023123.
4. G.S. Nusinovich, Introduction to the Physics of Gyrotrons // Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2004.
5. <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>