

Дифракционные свойства спиновых волн в неограниченной ферритовой среде (на основе анализа изочастотных зависимостей)

Рассчитаны изочастотные зависимости спиновых волн в неограниченном ферромагнитном пространстве. Найдено, что в интервале частот $\omega_n < \omega < \omega_1$ изочастотные зависимости спиновых волн не замкнутые и характеризуются наличием углов отсечки волнового вектора. Получена формула, описывающая зависимость углов отсечки от частоты и параметров среды. Проанализированы математические свойства изочастотных зависимостей. Показано, что в ферромагнитном пространстве может возникать сверхнаправленный (нерасширяющийся) луч спиновой волны (абсолютная ширина которого не меняется по мере распространения).

Ключевые слова: изочастотная зависимость, спиновая волн, феррит, угол отсечки

Исследования свойств электромагнитных волн в неограниченной ферритовой среде были начаты еще в пятидесятые-шестидесятые годы двадцатого века (см. гл. 5-7 в [1], гл. 2 в [2], гл. 7 в [3] и приведенный в этих книгах список литературы). Еще тогда были рассчитаны дисперсионные зависимости для электромагнитных волн в неограниченной ферритовой среде, исследована поляризация этих волн, а также изучены многие вопросы, связанные с распространением этих волн в различных ферритовых устройствах антенно-волноводной техники (см., например, сборник статей [4]).

Однако, поверхности волновых векторов и изочастотные зависимости этих волн так и остались до сих пор не исследованными, хотя математические свойства этих зависимостей определяют закономерности распространения, отражения и преломления волны в анизотропной среде и определяют возникновение таких физических явлений, как невзаимное и однонаправленное распространение, появление двух (нескольких) отраженных или преломленных лучей, отсутствие отражения, необратимость хода лучей при отражении и преломлении и др. [5]. По рассчитанным поверхностям волновых векторов на основе критериев, сформулированных в [6] для анизотропных сред, можно выяснить, когда отражение или преломление волны является положительным и когда – отрицательным. Кроме того, недавно на примере спиновой волны было установлено, что угловая ширина основного дифракционного луча зависит не только от отношения длины падающей волны λ к длине щели D (как это имеет место для изотропных сред), но и от математических свойств изочастотной зависимости дифрагирующей волны [7, 8]. Таким образом, расчеты изочастотных зависимостей для электромагнитных волн в неограниченной ферритовой среде, позволят выяснить, какие физические явления можно было бы наблюдать в такой среде.

Напомним кратко основные соотношения, полученные ранее для электромагнитных волн в неограниченной бигиротропной среде (подробнее см. гл. 5 в [1] и гл. 5 в [9]). Пусть у нас имеется бигиротропная среда, намагниченная до насыщения однородным магнитным полем \mathbf{H}_0 . Введем декартову систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль вектора \mathbf{H}_0 . Такую намагниченную бигиротропную среду можно охарактеризовать тензорами диэлектрической и магнитной проницаемости

$$\vec{\mu} = \begin{vmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{vmatrix}, \quad \vec{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon & i\varepsilon_a & 0 \\ -i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

Пусть в произвольном направлении распространяется плоская электромагнитная волна с частотой $f = \omega/2\pi$ и волновым вектором \mathbf{k} , то есть, электрические и магнитные компоненты этой волны изменяются во времени и в пространстве по гармоническому закону

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (2)$$

Как показано в [1] и [9], исходя из уравнений Максвелла для такой волны можно получить систему из двух уравнений¹ содержащих только компоненты e_z и h_z , а из этой системы легко найти дисперсионное уравнение для электромагнитной волны в неограниченной бигиротропной среде:

$$\left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon} k_z^2 - \varepsilon_{zz} \mu_{\perp} k_0^2 \right) \left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{\mu_{zz}}{\mu} k_z^2 - \mu_{zz} \varepsilon_{\perp} k_0^2 \right) - \mu_{zz} \varepsilon_{zz} k_0^2 k_z^2 \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon} + \frac{\mu_a}{\mu} \right)^2 = 0. \quad (3)$$

где $k_0 = \omega/c$, c – скорость света в вакууме, $\mu_{\perp} = (\mu^2 - \mu_a^2)/\mu$, $\varepsilon_{\perp} = (\varepsilon^2 - \varepsilon_a^2)/\varepsilon$, а k_x , k_y и k_z – компоненты волнового вектора. Вводя сферическую систему координат

$$\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \varphi \\ k_y = k \sin \theta \sin \varphi \\ k_z = k \cos \theta \end{cases}, \quad (4)$$

раскрывая скобки в уравнении (3) и приводя подобные, получим следующее биквадратное уравнение² относительно k/k_0

$$\frac{k^4}{k_0^4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_{zz}} + \frac{\cos^2 \theta}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\sin^2 \theta}{\mu_{zz}} + \frac{\cos^2 \theta}{\mu} \right) - \frac{k^2}{k_0^2} \left[\sin^2 \theta \left(\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{zz}} + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_{zz}} \right) + 2 \cos^2 \theta \left(1 + \frac{\varepsilon_a \mu_a}{\varepsilon \mu} \right) \right] + \varepsilon_{\perp} \mu_{\perp} = 0. \quad (5)$$

Очевидно, что неограниченный, намагниченный до насыщения ферромагнетик, является частным случаем бигиротропной среды. Обозначим через ε скалярную диэлектрическую проницаемость ферромагнетика, полагая в (5) $\varepsilon_a = 0$ и $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon$, и будем считать, что компонента μ_{zz} не зависит от частоты, а компоненты μ и μ_a зависят от частоты в соответствии с формулой (1.59) в [9]. В этом случае из (5) получим дисперсионное уравнение, описывающее распространение электромагнитных волн в неограниченном ферромагнетике

$$\frac{k^4}{\varepsilon k_0^4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\mu_{zz}} + \frac{\cos^2 \theta}{\mu} \right) - \frac{k^2}{k_0^2} \left[\sin^2 \theta \left(1 + \frac{\mu_{\perp}}{\mu_{zz}} \right) + 2 \cos^2 \theta \right] + \varepsilon \mu_{\perp} = 0. \quad (6)$$

Дискриминант D биквадратного (относительно k/k_0) уравнения (6) можно привести к виду

¹ Подробно преобразование уравнений Максвелла к системе из двух уравнений дано в разделе 13 главы 5 в [1].

² Уравнение (5) совпадает с уравнением (4.31) в [9].

$$D = \sin^4 \theta \left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_{zz}} - 1 \right)^2 + 4 \frac{\mu_a^2}{\mu^2} \cos^2 \theta, \quad (7)$$

из которого видно, что D не может принимать отрицательные значения. С учетом (7) уравнение (6) имеет следующие решения (см., например, формулу (4.33) в [9])

$$k_{1,2} = k_0 \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon}{2} \frac{2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_{zz}} - 1 \right) \pm \sqrt{\sin^4 \theta \left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_{zz}} - 1 \right)^2 + 4 \frac{\mu_a^2}{\mu^2} \cos^2 \theta}}{\frac{\sin^2 \theta}{\mu_{zz}} + \frac{\cos^2 \theta}{\mu}}}}{\quad} \quad (8)$$

То есть, каждому значению частоты f и угла θ соответствуют два значения модуля волнового числа $k - k_1$ и k_2 , соответствующие верхнему и нижнему знакам в (8). Зафиксировав значение частоты f в (8), можно рассчитать поверхности волновых векторов $k(\theta, \varphi)$ для электромагнитных волн, распространяющихся в ферромагнитной среде. В общем случае каждому значению частоты будут соответствовать две³ поверхности – $k_1(\theta, \varphi)$ и $k_2(\theta, \varphi)$, определяемые (8). Поскольку уравнение (8) не зависят от угла φ , то поверхности $k_1(\theta, \varphi)$ и $k_2(\theta, \varphi)$ обладают⁴ следующими свойствами.

Во-первых, сечения всех поверхностей плоскостью xu представляют собой окружности. Это означает, что если при заданных значениях $f = f_0$ и $\theta = \theta_0$ уравнение (8) дает решения с действительным волновым числом $k_{10} = k_1(\theta_0, f_0)$, то сразу все волны с любой ориентацией φ волнового вектора будут иметь одинаковое волновое число k_{10} . Поскольку эти окружности являются изочастотными зависимостями волн, то распространение волн с волновыми векторами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , лежащими в плоскости xu , происходит также как в изотропных средах – обе волны являются коллинеарными.

Во-вторых, поверхности $k_1(\theta, \varphi)$ и $k_2(\theta, \varphi)$ представляют собой фигуры, получающиеся путем вращения вокруг оси z образующей этих поверхностей (то есть, кривой, являющейся пересечением этих поверхностей и любой плоскости, проходящей через ось z). Однако, такая кривая по определению является изочастотной зависимостью волны в плоскости, проходящей через ось z . Очевидно, что анализируя указанные изочастотные зависимости можно получить исчерпывающее представление о форме и математических свойствах поверхностей волновых векторов $k_1(\theta, \varphi)$ и $k_2(\theta, \varphi)$.

Поэтому, рассмотрим далее изочастотные зависимости, описывающие распространение волн в какой-нибудь плоскости, проходящей через ось z (пусть, для определенности это будет плоскость $k_x k_z$). При расчетах выберем следующие параметры среды: $\varepsilon = 15$, $4\pi M_0 = 1750$ Гс (что соответствует железоиттриевому гранату) и $H_0 = 300$ Э. Для того, чтобы рассчитанные изочастотные зависимости было удобно сопоставить с полученными ранее результатами, рассмотрим также дисперсионные зависимости, описываемые уравнением (8), для волн, распространяющихся в направлениях $\theta = 0$ и $\theta = 90^\circ$ (рис. 1а).

³ Если при данном значении частоты уравнение (8) даст два действительных значения k_1 и k_2 . Если же лишь одно из значений k_1 или k_2 будет действительным (а второе – мнимым), то возникает лишь одна поверхность волновых векторов.

⁴ Если, конечно, решения k_1 и k_2 возникают при заданной частоте.

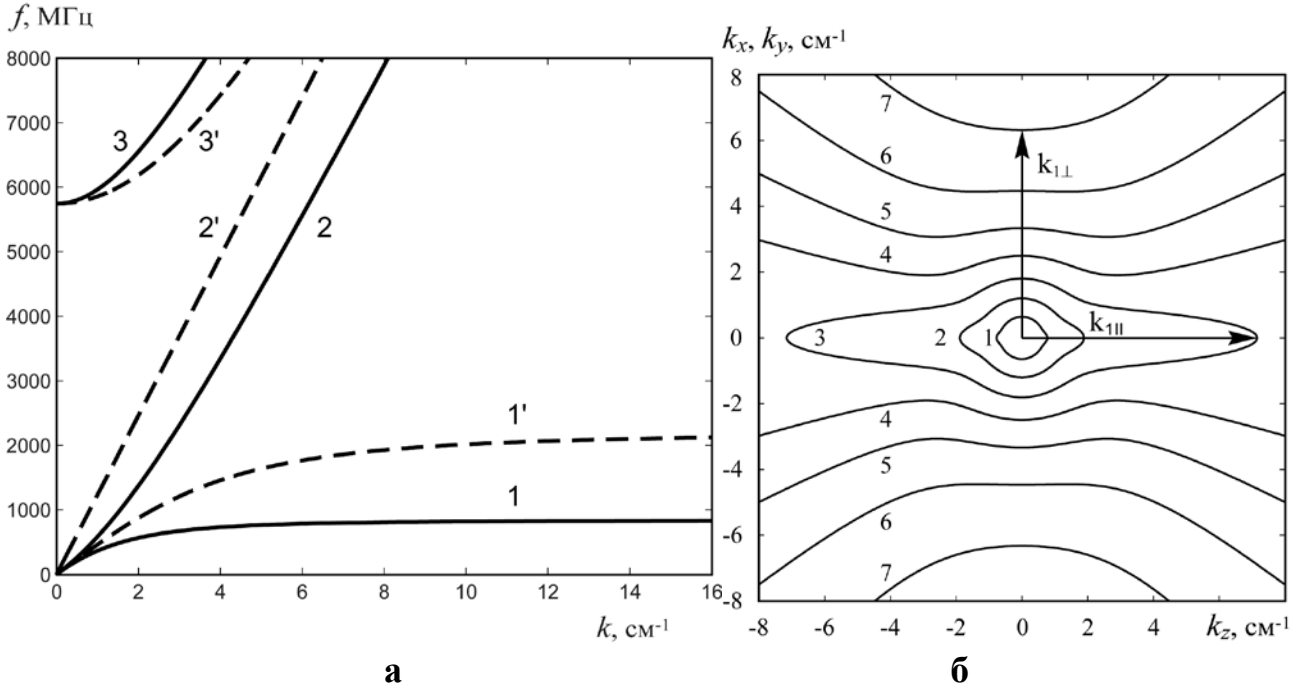


Рис. 1: **а**) дисперсионные зависимости спиновой, нерезонансной и пострезонансной волн (кривые 1 и 1', 2 и 2', 3 и 3' соответственно) в ферромагнитном пространстве для случаев распространения волн вдоль (кривые 1 – 3) и перпендикулярно (кривые 1' – 3') направлению \mathbf{H}_0 . **б**) изочастотные зависимости спиновых волн в неограниченном ферромагнитном пространстве для следующих значений частоты: 1 – 300, 2 – 550, 3 – 800, 4 – 1050, 5 – 1300, 6 – 1550, 7 – 1800 МГц; показаны произвольные векторы $\mathbf{k}_{||}$ и \mathbf{k}_{\perp} .

На рис. 1б представлены изочастотные зависимости *спиновых* волн, соответствующие кривым 1 и 1' на рис. 1а и рассчитанные для различных значений частоты в плоскости $k_x k_z$. Очевидно, что приведенные на рис. 1б кривые можно рассматривать и как зависимости $k_1(\theta)$ и $k_2(\theta)$ в сферической системе координат. Как видно из рис. 1б, в интервале частот $\omega_H < \omega < \omega_{\perp}$ изочастотные кривые не являются замкнутыми, поскольку величина k_1 становится мнимой при некоторых значениях⁵ угла θ , лежащих в интервалах $\theta < \theta_{k1}$ и $\theta > \theta_{k2}$. Значения θ_{k1} и θ_{k2} принято называть углами отсечки волнового вектора k_1 , то есть, вектор k_1 не может быть ориентирован под углом θ из данных интервалов, например, не может быть ориентирован под углом $\theta = 0$. Поскольку $k_1 \rightarrow \infty$ с приближением значения θ к углам отсечки θ_{k1} и θ_{k2} , то полагая в (8) $k_1 \rightarrow \infty$, получим следующие соотношения для определения величины θ_{k1} и θ_{k2}

$$\frac{\sin^2 \theta_{k1}}{\mu_{zz}} + \frac{\cos^2 \theta_{k1}}{\mu} = 0 \text{ и } \theta_{k1} = \arctg\left(\sqrt{-\frac{\mu_{zz}}{\mu}}\right), \theta_{k2} = \pi - \theta_{k1}. \quad (9)$$

Из соотношения (9) видно, что, во-первых, углы отсечки θ_{k1} и θ_{k2} являются признаком незамкнутой кривой (поверхности) и возникают только в интервале частот $\omega_H < \omega < \omega_{\perp}$, где $\mu < 0$, и, во-вторых, величины θ_{k1} и θ_{k2} зависят от частоты и изменяются от 0 до 90° при увеличении частоты ω от ω_H до ω_{\perp} (см. кривые 4 – 7 на рис. 1б).

Остановимся кратко на дифракционных свойствах спиновых волн, которые следуют из их изочастотных зависимостей. Изочастотные зависимости спиновой волны могут иметь

⁵ Из-за того что в этом интервале частот $\mu < 0$ и $\mu_{zz} > 0$, знаменатель подкоренного выражения в (8) оказывается меньше нуля при некоторых значениях θ .

довольно плоский участок при $\theta = 90^\circ$ (см. кривую б на рис. 1б), на котором производная⁶ $d\psi/d\theta$ очень мала. Это означает, что угловая ширина луча, распространяющегося в направлении $\theta = 90^\circ$, будет близка к нулю. При выбранных параметрах среды такое явление возникает на частотах $1550 \text{ МГц} < f < 1620 \text{ МГц}$, а на частоте $f = 1613 \text{ МГц}$, на которой величина $d\psi/d\theta$ точно равна нулю, в направлении $\theta = 90^\circ$ будет возникать *сверхнаправленный* (нерасширяющийся) луч, сохраняющий свою абсолютную ширину по мере распространения (подробнее об этом см. раздел 9 в [7] и [8]). Отметим также, что в перпендикулярном направлении (в направлении изменения угла φ или в плоскости $xу$), угловая ширина $\Delta\psi_\varphi$ будет равна λ/D . Таким образом, мы будем иметь луч с угловой шириной $\Delta\psi_\varphi = \lambda/D$ в плоскости $xу$ и угловой шириной $\Delta\psi_\theta = 0$ в плоскости, которая проходит через ось z (вектор \mathbf{H}_0) и в которой луч сохраняет ширину, заданную размерами возбуждителя.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-07-00332).

Библиографический список

1. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах / М.: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960 г.
2. Микаэлян А.Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах / М.: Гос. энергетическое изд-во, 1963 г.
3. Лакс Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики / М.: Мир, 1965.
4. Некоторые применения ферритов в антенно-волноводной технике на сверхвысоких частотах. Сборник статей под ред. А.Л. Микаэляна / М.: Советское радио, 1958 г.
5. Локк Э.Г. Свойства изочастотных зависимостей и законы геометрической оптики / Успехи физических наук. 2008, т. 178 – № 4 – с 397-417.
6. Локк Э.Г. Критерии положительного и отрицательного отражения и преломления для трехмерных анизотропных геометрий / Радиотехника и электроника, 2009. т.54 – №2 – с. 166-171.
7. Локк Э.Г. Угловая ширина луча при дифракции на щели волны с неколлинеарными групповой и фазовой скоростями / Успехи физических наук, 2012, т. 182 – №12 – с. 1327-1343.
8. Локк Э.Г. Угловая ширина волнового пучка обратной спиновой волны, возбуждаемой линейным преобразователем в ферритовой пластине / Радиотехника и электроника, 2015. т.60 – №1 – с. 102-106.
9. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны / Москва, Наука, 1994.

⁶ Углов ψ определяет ориентацию вектора групповой скорости, направленного по нормали к изочастотной зависимости, а производная $d\psi/d\theta$ определяет угловую ширину луча (подробнее см. разделы 8 и 9 в [7], где данная производная обозначена как $d\psi/d\varphi$).