

Волны на релятивистском электронном пучке в разреженной плазме

На основе полного электродинамического рассмотрения проанализированы волны на электронном пучке в разреженной плазме. Исследованы законы дисперсии в зависимости от параметров системы. Показано, что при прохождении ультрарелятивистского пучка электронов через разреженную плазму могут существовать поверхностные волны двух типов: высокочастотные на границе релятивистского пучка с областью нейтрализации и низкочастотные на границе области нейтрализации и неподвижной плазмы.

Ключевые слова: плазма, разреженная плазма, электронный пучок, генерация волн в плазме

Задачи преобразования энергии сильнооточного релятивистского электронного пучка в энергию электромагнитного излучения при прохождении его через электродинамическую систему, заполненную разреженной плазмой, возникают в плазменной релятивистской СВЧ-электронике, где исследования направлены на создание мощных СВЧ-усилителей и генераторов [1, 2]. Плазменный волновод играет роль замедляющей системы, что обуславливает применение медленных волн в линейных ускорителях заряженных частиц [3-5], где требуется обеспечение соответствия между скоростями пучков и электромагнитных волн.

Исследование волн, возбуждающихся в системе "плазма – релятивистский пучок", проведено с использованием гидродинамического подхода. Рассмотренный метод не требует дополнительного определения диэлектрической проницаемости движущейся среды исходя из уравнений движения частиц, а также позволяет определить условия макроскопического равновесия заряженного пучка электронов как при взаимопроникновении пучка и плазменной среды, так и в отсутствии такого проникновения. В [6], [7] аналогичные задачи решались в рамках электростатического приближения.

В [8] были рассмотрены устойчивые и неустойчивые поверхностные электромагнитные волны на границах релятивистских плазменных потоков в области частот, соответствующих положительным значениям диэлектрических проницаемостей. Там же было показано существование критического параметра: низшего номера моды в цилиндрической геометрии, соответствующего переходу от медленных волн к быстрым. Для начальной фазы развития шланговой неустойчивости электронного потока был выделен еще один критический параметр – поперечный волновой размер потока. В [9] были рассмотрены поверхностные электромагнитные волны на границе релятивистского электронного пучка в плотной плазме в области частот, соответствующих положительным значениям диэлектрических проницаемостей. Как и в случае плазменного потока, для пучка в плотной плазме критическими параметрами являются низший номер моды, соответствующий переходу от медленных волн к быстрым и поперечный волновой размер пучка для развития неустойчивости.

Как будет показано ниже, в отличие от пучка в плотной плазме и от плазменного потока,

в разреженной плазме плотный пучок полностью вытесняет электроны плазмы как из своего объема, так и из области нейтрализации большего чем пучок радиуса, что приводит к усложнению дисперсионных свойств пучково-плазменной системы.

Гидродинамическое описание холодной многокомпонентной заряженной плазмы [7] основывается на совместном решении уравнений Максвелла

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E}_\Sigma = -(1/c)(\partial \mathbf{B}_\Sigma / \partial t); \\ \nabla \times \mathbf{H}_\Sigma = (1/c)(\partial \mathbf{D}_\Sigma / \partial t) + (4\pi/c) \sum_j e_j n_{j\Sigma} \mathbf{v}_{j\Sigma}; \\ \nabla \mathbf{B}_\Sigma = 0; \\ \nabla \mathbf{D}_\Sigma = 4\pi \sum_j n_{j\Sigma} e_j \end{array} \right. \quad (1)$$

и гидродинамики

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_{j\Sigma} \nabla \right) \mathbf{p}_{j\Sigma} = e_j \left[\mathbf{E}_\Sigma + (1/c) \mathbf{v}_{j\Sigma} \times \mathbf{B}_\Sigma \right]; \\ \frac{\partial n_{j\Sigma}}{\partial t} + \nabla (n_{j\Sigma} \mathbf{v}_{j\Sigma}) = 0, \end{array} \right. \quad (2)$$

где \mathbf{E}_Σ , \mathbf{H}_Σ – напряженности электрического и магнитного полей соответственно; c – скорость света; \mathbf{D}_Σ , \mathbf{B}_Σ – индукции электрического и магнитного полей соответственно; e_j , $n_{j\Sigma}$, $\mathbf{v}_{j\Sigma}$ – заряд, концентрация и скорость j -го компонента плазмы соответственно; $\mathbf{p}_{j\Sigma} = m_j \gamma_{j\Sigma} \mathbf{v}_{j\Sigma}$ – j -го компонента плазмы, причем m_j – масса частицы этого компонента, $\gamma_{j\Sigma} = 1 / \sqrt{1 - |\mathbf{v}_{j\Sigma}|^2 / c^2}$ – его релятивистский фактор.

Системы уравнений Максвелла и гидродинамики (1), (2) необходимо дополнить материальными соотношениями: $\mathbf{B}_\Sigma = \mathbf{H}_\Sigma$; $\mathbf{D}_\Sigma = \mathbf{E}_\Sigma$.

Рассмотрим релятивистский пучок электронов в неподвижной плазменной среде с равновесной концентрацией частиц n_1 . Будем считать, что пучок представляет собой цилиндр радиуса R_b , содержащий движущиеся вдоль его оси (ось z) со скоростью $v_0 = \beta_0 c$ электроны пучка концентрацией n_0 . Плотность пучка превышает плотность плазмы, при этом поток электронов n_0 имеет скорость $v = \beta_0 c$, т. е. можно считать, что более плотный электронный пучок движется в компенсирующем ионном фоне, полностью вытесняя электроны плазмы. Электростатическая сила взаимодействия электронов с ионным фоном уравновешивается пондеромоторной силой со стороны собственного магнитного поля пучка: $n_0 = n_i \gamma_0^2$, где $\gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - \beta_0^2}$. Вне пучка (2) приводит к условию электрической нейтральности среды, откуда следует, что пучок полностью вытесняет электроны плазмы из цилиндрической области с радиусом нейтрализации R_n , связанной с радиусом пучка R_b выражением:

$$R_n^2 = \frac{n_0}{n_i} R_b^2 = \gamma_0^2 R_b^2.$$

Вне области нейтрализации концентрация электронов плазмы совпадает с концентрацией ионов: $n_1 = n_i$.

В случае если заданы ток I_b и скорость электронов V , причем плотность пучка превышает плотность плазмы, происходит его самофокусировка из-за взаимодействия электронов с ионным фоном и установившийся радиус пучка может быть определен как $R_b^2 = I_b \left(\pi n_1 e v \gamma_0^2 \right)^{-1}$, где e – элементарный заряд.

По отношению к высокочастотным электронным колебаниям область нейтрализации выступает как вакуум. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость пучка ϵ_2 , внешней плазмы ϵ_1 (Рисунок 1). В отличие от работ [10-14], где исследовалась устойчивость пучка по отношению к его перемещению (изгибу) как единого целого относительно оси цилиндрического ионного канала, проанализируем его поведение при малых возмущениях концентраций частиц внутри цилиндра.

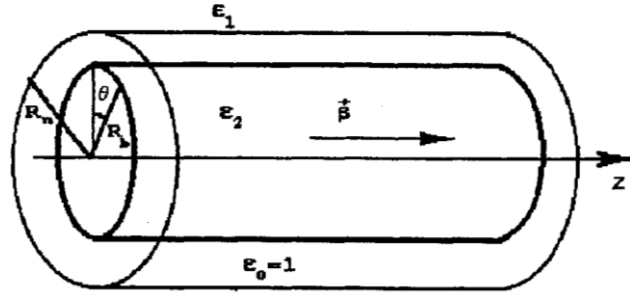


Рисунок 1. К постановке задачи о поверхностных волнах на релятивистском электронном пучке в разреженной плазме.

Введя обозначения

$$k_{p0}^2 = 4\pi e^2 n_0 / (mc^2); \quad k_{p1}^2 = 4\pi e^2 n_1 / (mc^2); \quad k_{p2}^2 = 4\pi e^2 n_2 / (mc^2),$$

получим при $n_0 > n_1$: $k_{p0}^2 = k_{p1}^2 \gamma_0^2$, $R_n = \gamma_0 R_b$, $R_b = \sqrt{\frac{4eI_b}{mk_{p1}^2 V \gamma_0^2}}$.

Решая совместно системы уравнений Максвелла (1) и гидродинамики (2), из условия непрерывности тангенциальных компонент полей \mathbf{E} и \mathbf{H} на границах пучка и области нейтрализации получим дисперсионное уравнение для электромагнитных волн в системе:

$$P^2 A_{IIb} A_{KKn} - P(A_{IKb} A_{KIn} + A_{KIlb} A_{IKn}) + A_{KKb} A_{IIn} = 2PQ_b Q_n (S_{0Kb} - S_{0Ib})(S_{0Kn} - S_{0In}),$$

где $S_1 = \frac{K'_v(kR_n \eta_1)}{\eta_1 K_v(kR_n \eta_1)}$, $S_2 = \frac{I'_v(kR_b \eta_2)}{\eta_2 I_v(kR_b \eta_2)}$, $S_{0Kn} = \frac{K'_v(kR_n \eta_0)}{\eta_0 K_v(kR_n \eta_0)}$, $S_{0In} = \frac{I'_v(kR_n \eta_0)}{\eta_0 I_v(kR_n \eta_0)}$,

$S_{0Kb} = \frac{K'_v(kR_b \eta_0)}{\eta_0 K_v(kR_b \eta_0)}$, $S_{0Ib} = \frac{I'_v(kR_b \eta_0)}{\eta_0 I_v(kR_b \eta_0)}$, $P = \frac{I_v(kR_b \eta_0) K_v(kR_n \eta_0)}{I_v(kR_n \eta_0) K_v(kR_b \eta_0)}$, $Q_n = \frac{v \eta}{k R_n} \left(\frac{1}{\eta_1^2} - \frac{1}{\eta_0^2} \right)$,

$$Q_b = \frac{v}{kR_b} \left(\frac{\eta}{\eta_0^2} - \frac{\tilde{\eta}}{\eta_2^2} \right), \quad A_{ijb} = (S_{0ib} - \varepsilon_2 S_2)(S_{0jb} - S_2) - Q_b^2, \quad A_{ijn} = (S_{0in} - \varepsilon_1 S_1)(S_{0jn} - S_1) - Q_n^2,$$

$$\{i, j\} = \{I, K\}, \quad \tilde{\eta} = \gamma^2 \left((1 - \varepsilon_2 \beta^2) \eta + (\varepsilon_2 - 1) \beta \right), \quad \eta_0^2 = \eta^2 - 1, \quad \eta_2^2 = \eta^2 - 1 - (\varepsilon_2 - 1) \gamma^2 (1 - \eta \beta)^2,$$

$$\eta_1^2 = \eta^2 - \varepsilon_1, \quad \eta = k_z / k, \quad I_\nu(x) - \text{модифицированная функция Бесселя, } K_\nu(x) - \text{функция Макдональда.}$$

При $R_n = R_b = R$ уравнение совпадает с дисперсионным уравнением для волн на релятивистском плазменном потоке в неподвижной плазме. В ультрарелятивистском пределе $\gamma \rightarrow +\infty$ возможны два случая: $R_n \rightarrow +\infty$, при этом дисперсионное уравнение описывает поверхностные волны на границе релятивистского плазменного потока с вакуумом, и $R_b \rightarrow +\infty$, при этом уравнение описывает поверхностные волны на границе вакуума и неподвижной плазмы.

Анализ полученного дисперсионного уравнения показывает, что при прохождении ультрарелятивистского пучка электронов через разреженную плазму могут существовать поверхностные волны двух типов: высокочастотные на границе релятивистского пучка с областью нейтрализации и низкочастотные на границе области нейтрализации и неподвижной плазмы. Первый тип соответствует поверхностным волнам на границе релятивистского плазменного потока с вакуумом, второй – на границе вакуумного цилиндра и неподвижной плазмы.

Библиографический список

1. Кондратенко А. Н., Куклин В. М. Основы плазменной электроники. М.: Энергоатомиздат, 1988. 320 с.
2. Экспериментальная релятивистская плазменная СВЧ-электроника. //Релятивистская плазменная СВЧ-электроника. М.: Наука, 1994. 192 с. (Тр. ИОФАН. Т. 45).
3. Plasma Particle Accelerators. John M. Dawson in Scientific American, Vol. 260, No. 3, pages 54-61; March 1989.
4. Plasma Accelerators at the Energy Frontier and on Tabletops. Chandrashekhar Joshi and Thomas Katsouleas in Physics Today, Vol. 56, No. 6; pages 47-53; June 2003.
5. Accelerator Physics: Electrons Hang Ten on Laser Wake. Thomas Katsouleas in Nature, Vol. 431, pages 515-516; September 30, 2004.
6. Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А., "Устойчивость сильноточных релятивистских пучков в плазме и проблема критических токов," УФН, Том 103, Выпуск 4, 1971. — с. 609-640.
7. Теория заряженной плазмы./ Пер. с англ. / Девидсон Р. — М.Мир, 1978.
8. Шейнман И. Л. Поверхностные волны на релятивистских плазменных потоках. ЖТФ, 2001, том 71, выпуск 5.
9. И. Л. Шейнман. Поверхностные волны на релятивистском электронном пучке в плотной плазме. Известия Вузов России. Радиоэлектроника. № 4. 2013. С. 76-83.
10. E. P. Lee. Resistive hose instability of a beam with a Bennett profile. Phys. Fluids, Том 21, Выпуск 8, с. 1327-1343; 1978.
11. M. Lampe, G. Joyce, S.P. Slinker, D.H. Wittum, "Electron-hose instability of a relativistic electron beam in an ion-focusing channel," Phys. Fluids B, Том 5, Выпуск 6, 1993. — с. 1888-1901.
12. D. H. Wittum, "Cumulative hose instabilities of a magnetically self-focused slab electron beam," Phys. Fluids B, Том 5, Выпуск 12, 1993. — с. 4432-4455.
13. H. Lee Buchanan, "Electron beam propagation in the ion-focused regime," Phys. Fluids, Том 30, Выпуск 1, 1987. — с. 221-231.
14. D.H. Wittum, "Electromagnetic instability of the ion-focused regime," Phys. Fluids B, Том 4, Выпуск 3, 1992. — с. 730-739.