## И.Б. Вендик, О.Г.Вендик

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»

## Распространение электромагнитных волн вдоль плоской и криволинейной границ раздела двух сред

Обсуждаются условия распространения электромагнитных волн вдоль плоской и криволинейной границ раздела двух сред. Рассматриваются свойства вытекающих, поверхностных и ползущих волн.

Ключевые слова: электромагнитные волны, плоская граница, криволинейная граница, вытекающие волны, поверхностные волны, ползущие волны

## Введение

Поверхностные электромагнитные (ЭМ) волны представляют собой направленное электромагнитное излучение, локализованное вблизи поверхности раздела двух сред и распространяющееся вдоль этой поверхности. Его интенсивность быстро спадает в направлении, перпендикулярном поверхности раздела. При определенных условиях вблизи поверхности в некотором направлении возникает излучение электромагнитных волн. Интерес к распространению волн вблизи поверхности возникает в связи с использованием электромагнитных волн для передачи информации в беспроводной системе, расположенной на теле человека (англ. Wireless Body Area Network, WBAN).

Принято определять следующие виды электромагнитных волн, распространяющихся вдоль границы раздела двух сред: поверхностные волны, вытекающие волны и ползущие.

1) Поверхностные волны (ПВ) (англ. Surface waves, SW) <u>распространяются вдоль</u> поверхности раздела двух сред и быстро затухают при удалении от поверхности раздела;

**2)** Вытекающие волны (ВВ) (англ: Leaky waves, LW) <u>излучаются под углом к</u> поверхности раздела двух сред. Условие излучения ВВ определяется соотношением диэлектрических проницаемостей диэлектрического материала по обе стороны границы;

**3)** Ползущие волны (ПзВ) (англ. Creeping waves, CW) распространяются <u>по касательной</u> к криволинейной поверхности и способны огибать поверхность, попадая в область тени.

Плоская поверхность поддерживает вытекающие волны и поверхностные волны. Криволинейная поверхность поддерживает ползущие волны, и, кроме того, цилиндрические вытекающие волны и цилиндрические поверхностные волны, которые по своим свойствам близки к BB и ПВ на плоской поверхности.

Распространение ЭМ волны над плоской границей раздела двух сред. На рис.1 показана схема достаточно тонкого по сравнению с длиной волны диэлектрического слоя ( $h \ll \lambda_g$ ) над поверхностью металла. Примем, что волна распространяется вдоль оси *z*, а размер диэлектрической пластины достаточно велик вдоль оси *x*, причем распределение полей не зависит от координаты *x*, то есть  $\partial/\partial x = 0$ . Представим магнитную компоненту ЭМ волны в виде:

$$\vec{H}(y,z) = e_x H_0 f(y) exp(-ik_z z), \qquad (1)$$

где вид функции f(y) зависит от граничных условий в структуре. Электрическая компонента описывается теми же функциями от координат y и z, что и магнитная B(1). Граничное условие для электрической компоненты на поверхности металла (y = 0) имеет вид  $E_z(y, z)_{y=0} = 0$  и соответственно функция f(y) определяется выражением:

$$f(y) = \cos k_y y \tag{2}$$

В соответствии с (1) и (2) компоненты поля в диэлектрическом слое толщиной h и в воздухе ( $y \ge h$ ) имеют вид:

$$\begin{split} H_{x}^{(1)}(y,z) &= H_{0}^{(1)} \cos(k_{y}^{(1)}y) \cdot \exp(-ik_{z}z) \\ E_{z}^{(1)}(y,z) &= -i \frac{k_{y}^{(1)}}{\omega \epsilon_{0} \epsilon_{d}} H_{0}^{(1)} \sin(k_{y}^{(1)}y) \cdot \exp(-ik_{z}z) \\ H_{x}^{(2)}(y,z) &= H_{0}^{(2)} \exp(-k_{y}^{(2)}y) \cdot \exp(-ik_{z}z) \\ E_{z}^{(2)}(y,z) &= -i \frac{k_{y}^{(1)}}{\omega \epsilon_{0}} H_{0}^{(2)} \exp(-k_{y}^{(2)}y) \cdot \exp(-ik_{z}z) \end{split}$$
(3)

где  $k_y^{(1)} u k_y^{(2)}$  - поперечные волновые числа в диэлектрике и в воздухе соответственно. При вещественном  $k_y^{(2)}$  все компоненты поля обращаются в нуль при  $y \to \infty$ .

При *y* = *h* выполняется непрерывность касательных составляющих поля. Используя уравнения (3) и (4), получим:

$$H_{0}^{(1)}\cos(k_{y}^{(1)}h) = H_{0}^{(2)}\exp(-k_{y}^{(2)}h)$$

$$H_{0}^{(1)}\frac{k_{y}^{(1)}}{\varepsilon_{d}}\sin(k_{y}^{(1)}h) = H_{0}^{(2)}\cdot k_{y}^{(2)}\exp(-k_{y}^{(2)}h)$$
(5)

Определитель полученной системы уравнений равняется нулю:

$$\cos(k_{y}^{(1)}h) \cdot k_{y}^{(2)} - \frac{k_{y}^{(1)}}{\varepsilon_{d}} \sin(k_{y}^{(1)}h) = 0.$$
(6)

Из волнового уравнения получаем связь между волновыми числами:

$$k_{y}^{(2)} = \sqrt{k_{z}^{2} - k^{2}}$$
 If  $k_{y}^{(1)} = \sqrt{\epsilon_{d} k^{2} - k_{z}^{2}}$ ,  $k = \omega \sqrt{\epsilon_{0} \mu_{0}}$ . (7)

Подставляя (7) в (6), получаем дисперсионное уравнение относительно k<sub>z</sub>:

$$\varepsilon_{\rm d} \cdot \sqrt{k_z^2 - k^2} - \sqrt{\varepsilon_{\rm d} k^2 - k_z^2} \cdot tg\left(\sqrt{\varepsilon_{\rm d} k^2 - k_z^2} \cdot h\right) = 0.$$
(8)

Введем обозначения  $\xi = \frac{k_z}{k}$  и  $\theta = kh$  и подставим в (8). В результате получаем дисперсионное уравнение в виде:

$$\varepsilon_{\rm d} \cdot \sqrt{\xi^2 - 1} - \sqrt{\varepsilon_{\rm d} - \xi^2} \cdot tg \left( \theta \cdot \sqrt{\varepsilon_{\rm d} - \xi^2} \right) = 0.$$
<sup>(9)</sup>

Из (9) определяется продольное волновое число  $k_z$ , из (7) находятся поперечные волновые числа. Распределение поля вдоль структуры описывается уравнениями (3) и (4). На рис. 1 представлено распределение амплитуды магнитного поля на частоте 4 ГГц в структуре металл-диэлектрик-воздух с диэлектрическим слоем толщиной 7,5 мм, расположенным на

идеальном металле, для двух значений диэлектрической проницаемости:  $\varepsilon_d = 5$  (синяя линия) и  $\varepsilon_d = 10$  (красная линия). Интенсивность поверхностной волны убывает по мере удаления от поверхности.



Рисунок 1

Распространяющиеся поверхностные волны и вытекающие волны. Рассмотрим распространение ЭМ волн в диэлектрической пластине с учетом полного внутреннего отражения. В этом случае энергия электромагнитной волны ограничивается областью диэлектрического волновода. Полное внутреннее отражение возникает, если угол преломления луча  $\psi$ , выходящего через границу раздела, превышает 90<sup>0</sup>. При меньших углах преломления полное внутреннее отсутствует, и возникает режим вытекающей волны: энергия электромагнитной волны по мере распространения просачивается в окружающее пространство [1, 2].



Рисунок 2

На рис.2 (а) показан случай полного внутренного отражения и соответственно распространения ЭМ волны внутри диэлектрического слоя. Вдоль поверхности существует распространяющаяся поверхностная волна, затухающая по экспоненте по мере удаления от поверхности. Рис.2 (б) отвечает условиям возникновения вытекающих волн. Угол падения θ и угол преломления ψ связаны следующими соотношениями:

$$\cos(\psi) = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot \left[\sin(\theta)\right]^2}, \qquad \cos(\theta) = \frac{\lambda_1}{2a}$$
(10)

Здесь  $\lambda_1$  - длина волны в диэлектрике,  $\varepsilon_1$  - диэлектрическая проницаемость диэлектрика,  $\varepsilon_2$  - диэлектрическая проницаемость окружающей среды. Толщина диэлектрической пластины *а*. Режим вытекающих волн используется для разработки антенн, направление излучения которых определяется (контролируется) соотношением диэлектрических проницаемостей диэлектрической пластины и окружающего пространства, а также частотой ЭМ волны.

Электромагнитные волны над криволинейной поверхностью. На рис. 3,а показано формирование волны в диэлектрическом слое толщиной *а*, нанесенном на цилиндрическую поверхность радиуса R. Отражение от криволинейной поверхности приводит к тому, что волна, попадая на границу между диэлектрическими слоями, не испытывает полного внутреннего отражения, так как поверхность, вдоль которой должна распространяться волна, наклонена на угол  $\Delta \psi$  по отношению к касательной. Предположим, что угол наклона поверхности слоя, в котором распространяется волна, равен углу отклонения волны при отражении внутри волноведущего слоя:  $\Delta \psi = \theta$ . Тогда угол преломления определяется выражением [2], модифицированным для рассматриваемого случая ( $\alpha \neq 0$ ):

$$\psi(\theta) = \arccos\left\{\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \left[\sin(\theta)\right]^2 \cdot (1 - \alpha)}\right\}, \qquad \alpha = a/R.$$
(11)

На рис. 3,6 показана зависимость угла преломления от угла падения волны при разной толщине диэлектрического слоя с проницаемостью  $\varepsilon_r = 50$  на проводящей цилиндрической поверхности. Условие полного внутреннего отражения от диэлектрического слоя на цилиндрической поверхности возникает при большем угле падения, чем в случае отражения от плоского диэлектрического слоя.



Рисунок 3

Распространение ЭМ волн вдоль криволинейной поверхности сопровождается явлением дифракции [3]. Типы волн, распространяющиеся вдоль границы между слоями с различными свойствами, определяются степенью кривизны поверхности и толщиной диэлектрического слоя, нормированного к длине волны. На рис.4 показана схема растекания волн над плоской поверхностью, переходящей в цилиндрическую [4]. Возникновение ползущих волн связано с дифракцией электромагнитного излучения над криволинейной поверхностью.



Рисунок 4

Анализ показывает, что в низкочастотном пределе распространяются вытекающие волны, которые излучаются в пространство; на более высоких частотах возникают поверхностные или ползущие волны [4]. При этом поверхностные волны распространяются вдоль плоской границы раздела, а ползущие волны - вдоль криволинейной поверхности. Диаграмма распространяющихся волн для среды «воздух-диэлектрический слой» на поверхности проводящего цилиндра приведена для различных комбинаций условий на на рис. 5.





Результаты исследования распространения волн по поверхности человеческого тела на частоте 2,45 ГГц представлены в [5]. Моделирование выполнялось для фантома (мужского) с параметрами, соответствующими биологической ткани ( $\varepsilon_r = 53$ ,  $\sigma = 1,8$  Ом<sup>-1</sup> м<sup>-1</sup>), измерения выполнялись на реальном объекте. Поверхностные волны распространяются вдоль плоской поверхности тела (вдоль груди и живота), вокруг тела распространяются ползущие волны, которые регистрируются на обратной стороне тела (на спине). Затухание ползущей волны при распространении вокруг торса 40-45 дБ, что позволяет уверенно регистрировать приемником на спине сигнал, распространяющийся от антенны, расположенной в области груди. Поверхностная волна испытывает меньшее затухание. Оба типа волн используются при создании системы WBAN с использованием большого числа датчиков, расположенных на поверхности человеческого тела.

Аналогичные исследования проведены по исследованию распространения ползущих волн по поверхности диэлектрического цилиндра с потерями на частоте 60 ГГц [6]. Здесь в качестве материала диэлектрика использовался аналог кожи человека с параметрами  $\varepsilon_r = 7,795$ ,  $\sigma = 36,4 \text{ Om}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ 

## Библиографический список

1. Collin R. E. Field Theory of Guided Waves // - New York: McGraw-Hil - 1960.

2. Гольдштейн Л.Д. Электромагнитные поля и волны / Л.Д. Гольдштейн, Н.В. Зернов // - Москва: Сов. Радио. – 1971. – С. 664.

3. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн, // - Москва: Сов. Радио. – 1970. – С. 520.

4. Paknys R. The Relation Between Creeping Waves, Leaky Waves, and Surface Waves / R. Paknys, D. R. Jackson // - IEEE Trans. on Antennas and Propag. - 2005. - Vol. 53. - № 3, pp. 898 – 907.

5. Conway G.A. An Analytical path-Loss Model for On-Body Radio Propagation / G.A. Conway, W.G. Scanlon, S.L. Cotton, M.J. Bentum // - 2010 URSI Intern. Symp. on Electromagnetic Theory, 2010 IEEE. - Pp.332-33.

6. Mavridis T. Creeping Wave Model of Diffraction of an Obliquely Incident Plane Wave by a Circular Cylinder at 60 GHz / T. Mavridis, L. Petrillo, J. Sarrazin, D. Lautru, A. Benlarbi-Delai, et al. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. - 2014. - Vol. 62. -  $N_{2}$  3, pp. 1372 – 1377.