К. А. Батенков
Академия ФСО Российской Федерации

Нелинейная модуляция в фазированных антенных решетках на основе рядов Вольтерра

Представлена обобщенная формула нелинейной модуляции в фазированных антенных решетках на основе рядов Вольтерра, представляющая собой произведение пространственной матрицы коэффициентов разложения базисных функций модуляции на вектор-сигнал на входе модулятора.

Ключевые слова: нелинейная модуляция, фазированная антенная решетка, ряд Вольтерра, пространственная матрица, коэффициент разложения

В теории фазированных антенных решеток достаточно хорошо освещены вопросы, касающиеся линейной модуляции и демодуляции сигналов, поскольку математические модели и алгоритмы, синтезируемые на их основе, довольно просто формализуемы и, как следствие, реализуемы. В отношении же нелинейной модуляции подобного тезиса утверждать нельзя, так как в данном случае математические аппарат существенно усложняется вследствие принципиальной невозможности представления операций модуляции в виде линейных комбинаций составляющих, и, как следствие, невыполнимости принципа суперпозиции [1, 2]. В этой связи в данной работе делается попытка формализации нелинейной операции модуляции на основе использования рядов Вольтерра, которые позволяют ограничивать степень нелинейности операторов, а следовательно делают возможным, пусть и приближенного, но описания подобной операции [3, 4].

Так, определение системы координатных функций как бесконечномерной вектор-функции $\boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r}) = [\psi_1(t,\mathbf{r}), \psi_2(t,\mathbf{r}), \ldots, \psi_\infty(t,\mathbf{r})]^T$ позволяет представить сигнал на выходе модулятора и базисные функции модулятора в виде обобщенного ряда Фурье:

$$x(t,\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{x}}^T \boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r}), \tag{1}$$

$$\varphi_{k_1,\ldots,k_i}(t,\mathbf{r}) = \boldsymbol{\varphi}^T_{k_1,\ldots,k_i} \boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r}),\ i = \overline{1, N_a}, \tag{2}$$

где $\bar{\mathbf{x}} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_\infty)^T$ – бесконечномерный вектор коэффициентов разложения входного сигнала $x(t,\mathbf{r})$ в базисе функций $\boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r})$;

$\boldsymbol{\varphi}_{k_1,\ldots,k_i} = \left(\varphi_{k_1,\ldots,k_i,1}, \varphi_{k_1,\ldots,k_i,2}, \ldots, \varphi_{k_1,\ldots,k_i,\infty}\right)^T$ – бесконечномерный вектор коэффициентов разложения базисных функций модулятора $\varphi_{k_1,\ldots,k_i}(t,\mathbf{r})$ в базисе функций $\boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r})$.

Коэффициенты разложения вычисляются как скалярные произведения координатных функций и исходных колебаний:

$$\bar{\mathbf{x}} = \int_t \int_{\mathbf{r}} x(t,\mathbf{r}) \boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{k_1,\ldots,k_i} = \int_t \int_{\mathbf{r}} \varphi_{k_1,\ldots,k_i}(t,\mathbf{r}) \boldsymbol{\psi}(t,\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt,\ i = \overline{1, N_a}.$$

Тогда использование (1) и (2) преобразует операцию нелинейной модуляции в векторную форму:

$$\bar{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{N_a}\left[\sum_{k_1=1}^{N}\sum_{k_2=k_1}^{N}\dots\sum_{k_i=k_{i-1}}^{N}\left\{\prod_{j=1}^{i}x_{k_j}\right\}\varphi_{k_1,\dots,k_i}\right].$$

Коэффициенты разложения базисных функций модуляции целесообразно представить в виде $(i+1)$-мерной матрицы переменного порядка $\boldsymbol{\Phi}_i = \left\{\varphi_{k_1,\dots,k_i,j}\right\}_{k_1,\dots,k_i=\overline{1,N},\ j=\overline{1,\infty}}$, у которой только элементы с неубывающими индексами, за исключением последнего, могут быть отличны от нуля, то есть $\varphi_{k_1,\dots,k_i,j} = 0\Big|\ \exists k_l < k_{l'}$, $l < l'$, $l, l' = \overline{1,i}$. Соответственно размер (порядок) матрицы $\boldsymbol{\Phi}_i$ – $\underbrace{N\times\dots\times N}_{i}\times\infty$.

Произведение подобной матрицы $\boldsymbol{\Phi}_i$ на вектор $\mathbf{x}$ по определенному индексу k_l имеет вид [5]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Phi}_i\{l\}\mathbf{x} &= \left\{\sum_{k_l=k_{l-1}}^{N}x_{k_l}\varphi_{k_1,\dots,k_l,\dots,k_i,j}\right\}_{k_1,\dots,k_{l-1},k_{l+1},\dots,k_i=\overline{1,N},\ j=\overline{1,\infty}} = \\ &= \left\{\sum_{k_l=1}^{N}x_{k_l}\varphi_{k_1,\dots,k_l,\dots,k_i,j}\right\}_{k_1,\dots,k_{l-1},k_{l+1},\dots,k_i=\overline{1,N},\ j=\overline{1,\infty}}.\end{aligned} \tag{4}$$

Несложно видеть, что результатом данной операции является также матрица $\boldsymbol{\Phi}_i\{l\}\mathbf{x}$, размерность которой на единицу меньше исходной. Число же l в фигурной скобке операции умножения (4), по сути, указывает на номер индекса матрицы $\boldsymbol{\Phi}_i$, по которому производится умножение. Последующее перемножение полученной i-мерной матрицы на тот же самый вектор $\mathbf{x}$ снижает размерность еще на единицу:

$$[\boldsymbol{\Phi}_i\{l\}\mathbf{x}]\{l'\}\mathbf{x} = \left\{\sum_{k_{l'}=1}^{N}\sum_{k_l=1}^{N}x_{k_l}x_{k_{l'}}\varphi_{k_1,\dots,k_{l'},\dots,k_l,\dots,k_i,j}\right\}_{k_1,\dots,k_{l'-1},k_{l'+1},\dots k_{l-1},k_{l+1},\dots,k_i=\overline{1,N},\ j=\overline{1,\infty}}.$$

Поскольку данная процедура является линейной и не зависит от порядка суммирования, то и порядок следования векторов в произведении также не влияет на результат операции.

Следовательно, можно ввести обозначение:

$$[\boldsymbol{\Phi}_i\{l\}\mathbf{x}]\{l'\}\mathbf{x} = [\boldsymbol{\Phi}_i\{l'\}\mathbf{x}]\{l\}\mathbf{x} = \boldsymbol{\Phi}_i\{l,l'\}\mathbf{x}. \tag{5}$$

В итоге подобной итеративной процедуры после i этапов матрица вырождается в вектор. Таким образом, формула нелинейной модуляции приобретает форму:

$$\bar{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{N_a}\boldsymbol{\Phi}_i\{1,\dots,i\}\mathbf{x}. \tag{6}$$

Библиографический список

1. Батенков К. А. Максимум взаимной информации как основной критерий синтеза инфокоммуникационных систем // Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. – Ростов-на-Дону : ПЦ "Университет" СКФ МТУСИ, 2013. – С. 51–53.

2. Батенков К. А. Обобщенный пространственно-матричный вид энергетических ограничений систем связи // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2013. – № 3. – С. 238–245.

3. Батенков К. А. Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. – Рязань : 2013. – № 1 (выпуск 43). – С. 12-20.

4. Батенков К. А. Математическое моделирование непрерывных многопараметрических каналов связи в операторной форме // Телекоммуникации. – 2013. – № 10. – С. 2–4.

5. Соколов Н. П. Пространственные матрицы и их приложения / Н. П. Соколов. – М. : Госуд. изд. физ.-мат. лит, 1960. – 300 с.