

Искажения ФЧХ и ГВЗ в многополосных фильтрах с Кауэровской и Баттервортовской аппроксимацией АЧХ

Представлены результаты теоретического анализа и моделирования ФЧХ многополосных фильтров с бесконечным числом реактивных элементов с Кауэровской аппроксимацией АЧХ и с конечным числом реактивных элементов с Баттервортовской аппроксимацией АЧХ. Показано деградация фазовой характеристики при сближении полос пропускания двухполосного фильтра друг к другу: найден критический разнос центральных частот полос пропускания, когда дальнейшее сближение полос пропускания потребует коррекции ФЧХ. Обоснован выбор числа реактивных элементов в составе многополосных фильтров с точки зрения минимизации фазовых искажений.

Ключевые слова: Многополосный фильтр, ФЧХ, групповое время задерживания

В настоящее время в радиоаппаратуре различного назначения широко применяются полосовые фильтры с несколькими полосами пропускания. Например, часто приходится разрабатывать фильтры для аппаратуры связи с полосами пропускания соответствующими двум и более диапазонам частот: цифровая мобильная сотовая связь GSM, протокол беспроводной передачи данных по средствам локальных сетей WLAN 802.11, транслирование широкоформатного цифрового наземного телевидения первого и второго поколения DVBT/T2, мобильные сети нового поколения LTE и другие. Для аппаратуры потребителей спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС и GPS требуются фильтры, пропускающие полосы частот, соответствующие диапазонам L1 и L2.

В литературе опубликовано много сообщений, посвященных вопросам построения многополосных фильтров, исходя из предъявляемых требований к поведению амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). Здесь особое внимание обращается на ее неравномерность в полосе пропускания, уровень потерь и наличие нулей передачи в полосах задерживания. Архитектурно они могут быть реализованы по нескольким принципам: в виде каскадного соединения полосно-пропускающих фильтров и полосно-заграждающих фильтров, путем комбинирования нескольких фильтров с одной полосой пропускания и двух мультиплексеров на входе и выходе для разделения и объединения сигналов, на основе многочастотных резонаторов и др. [1-4].

Однако представляется интересным изучение общих свойств фазочастотных характеристик многополосных фильтров и формирование основных требований к синтезу подобных цепей с точки зрения минимума фазовых искажений. Данное замечание актуально в силу применения в системах телекоммуникации сложных видов амплитудно-фазовой модуляции с уплотнением спектра, типа ODFM, где на выходе фильтров с нелинейной ФЧХ могут потребоваться дополнительные фазовые корректоры, чтобы восстановить форму сигнала и сохранить полезную информацию. В аппаратуре спутниковой навигации ГЛОНАСС исследование поведения фазовой характеристики

приемного тракта является первостепенной задачей, ибо там используется частотное разделение сигналов отдельных спутников. Задержка спутниковых сигналов в фильтре на разные промежутки времени в зависимости от центральной частоты неизбежно приведет к возрастанию ошибки определения координат радиоприемного устройства.

ФЧХ многополосного фильтра с бесконечным числом реактивных элементов

Согласно [5] для минимально фазовых цепей, какими как правило являются полиномиальные фильтры, существует взаимосвязь между функцией затухания и фазочастотной характеристикой с помощью преобразования Гильберта. В логарифмическом масштабе ее можно записать следующим образом:

$$B_a = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dA(\nu)}{d\nu} \cdot \ln \left(\operatorname{cth} \left| \frac{\nu}{2} \right| \right) d\nu, \quad (1)$$

где $A(\nu)$ - функция затухания фильтра, заданная в логарифмическом масштабе, а $\nu = \ln(\Omega/\Omega_a)$ - относительная частота, выраженная в неперах, Ω_a - частота, на которой определяется фаза.

Для фильтра прототипа ФНЧ с Кауэровской аппроксимацией АЧХ с бесконечным числом реактивных элементов, функция затухания которого представлена на рисунке 1, аналитическое выражение ФЧХ [5] с учетом (1) имеет вид:

$$\varphi(\Omega) = -\frac{A_c}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{\Omega_{cp}/\Omega + 1}{\Omega_{cp}/\Omega - 1} \right), \quad (2)$$

где Ω_{cp} - частота среза фильтра прототипа нижних частот.

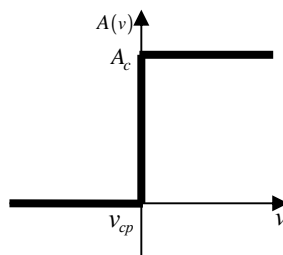


Рисунок 1

Применяя к выражению (2) реактансное многополосное преобразование частоты [6]:

$$\Omega(\omega) = \beta \cdot \frac{\prod_{i=1}^n [\omega^2 - \omega_{oi}^2]}{\prod_{i=1}^{n-1} [\omega^2 - \omega_{pi}^2]} \cdot \omega. \quad (3)$$

где ω_{oi} - центральные частоты полос пропускания фильтра, а ω_{pi} - его нули передачи; β - коэффициент преобразования ширины полосы пропускания фильтра-прототипа нижних частот в суммарную полосу многополосного фильтра :

$$\beta = \Omega_{cp} / \sum_{i=1}^n \Delta\omega_i, \quad (4)$$

можно получить ФЧХ многополосного фильтра, синтезированного на основе ФНЧ прототипа, приведенного на рисунке 1:

$$\varphi(\omega) = -\frac{A_c}{\pi} \cdot \ln \left| \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\omega_i + \frac{\prod_{i=1}^n [\omega^2 - \omega_{0i}^2]}{\prod_{i=1}^{n-1} [\omega^2 - \omega_{pi}^2]} \cdot \omega}{\sum_{i=1}^n \Delta\omega_i - \frac{\prod_{i=1}^n [\omega^2 - \omega_{0i}^2]}{\prod_{i=1}^{n-1} [\omega^2 - \omega_{pi}^2]} \cdot \omega} \right| \quad (5)$$

Для двухполосного фильтра выражение (5) упрощается к виду:

$$\varphi(\omega) = -\frac{A_c}{\pi} \cdot \ln \left| \frac{2\Delta\omega \cdot (\omega^2 - \omega_{p1}^2) \cdot \omega + (\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega^2 - \omega_{02}^2)}{2\Delta\omega \cdot (\omega^2 - \omega_{p1}^2) \cdot \omega - (\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega^2 - \omega_{02}^2)} \right| \quad (6)$$

Для примера произведем расчет по формуле (6) ФЧХ двухполосного фильтра, у которого ширины полос пропускания равны и составляют $\Delta f = 50$ МГц, а скачок затухания $A_c = 3.345$ непера. Разнос полос пропускания будем задавать в долях полосы пропускания $f_2 - f_1 = k \cdot \Delta f$, где k -любые рациональные числа, а $f_{01} = 500$ МГц.

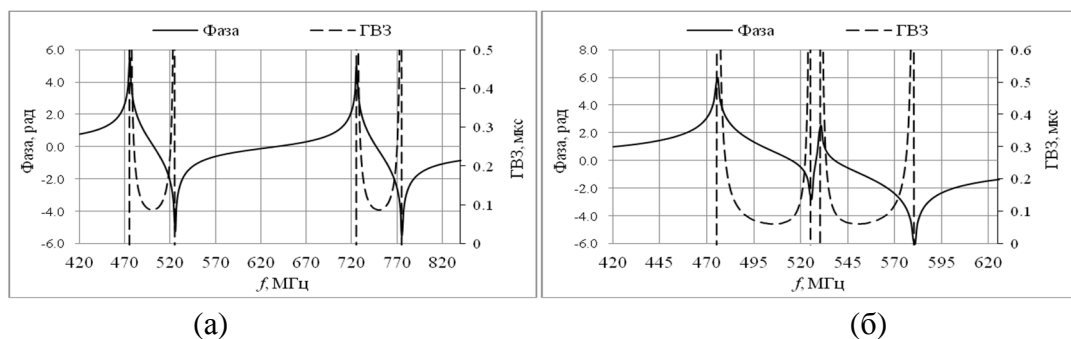


Рисунок 2

При большом разnose центральных частот $k \geq 2$ искажения ФЧХ в полосах пропускания крайне малы (рис.2(а)), и ими можно пренебречь; в отличие от другого случая (рис.2(б)) $1 \leq k \leq 2$, когда изменяется крутизна ФЧХ и, как следствие, ее нелинейность. Здесь нарушается симметрия характеристики группового времени запаздывания относительно центральных частоты, где при большом разnose частот наблюдается яркий минимум времени задержки сигнала в фильтре. Максимальные искажения фазы достигаются в случае соприкосновения фронтов полос пропускания друг с другом, $k = 1$.

ФЧХ многополосного фильтра с конечным число реактивных элементов

В качестве фильтра прототипа нижних частот в данном случае логично использовать фильтр Баттерворта заданного порядка. Кусочно-линейная аппроксимация функции затухания такого фильтра показана на рисунке 3.

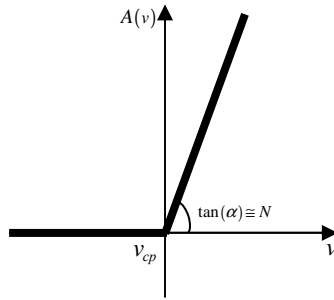


Рисунок 3

Наклон характеристики определяется порядком фильтра: числом реактивных элементов N в его составе. В отличие от предыдущего случая фильтр с аппроксимацией, представленной на рисунке 3, является физически реализуемым, так как импульсная характеристика равняется нулю при отрицательном отсчете времени — это следует из преобразования Фурье коэффициента передачи такого фильтра, и его фазочастотная характеристика не должна иметь участка с положительной производной, то как это представлено в полосе задерживания фильтра с бесконечным числом элементов (см.рис.2).

Как и в первом случае воспользуемся преобразованием Гильберта (1) для нахождения ФЧХ фильтра-прототипа Баттерворта. Принимая во внимание, что производная по частоте отлична от нуля на интервале $v \in [v_{cp}; \infty)$, ФЧХ фильтра прототипа в результате интегрирования и упрощения итогового выражения примет вид:

$$\varphi(\Omega) = -\frac{N}{\pi} \cdot F\left(\frac{\Omega}{\Omega_{cp}}\right), \quad (7)$$

где

$$F(x) = \int \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \cdot \frac{1}{x} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)^2}. \quad (8)$$

Подставляя в выражение (7) функцию реактансного многополосного преобразования частоты (3), определим ФЧХ многополосного фильтра с аппроксимацией АЧХ Баттерворта:

$$\varphi(\omega) = -\frac{N}{\pi} \cdot F\left(\frac{\prod_{i=1}^n [\omega^2 - \omega_{0i}^2]}{\prod_{i=1}^{n-1} [\omega^2 - \omega_{pi}^2] \cdot \omega \sum_{i=1}^n \Delta\omega_i}\right). \quad (9)$$

Для двухполосного фильтра третьего порядка, полоса пропускания которого по уровню 3 дБ составляет 50МГц, центральная частота первой полосы пропускания $f_{01} = 500$ МГц, а второй $f_{02} = 750$ МГц и $f_{02} = 550$ МГц, проведен расчет по формуле (9). Результаты представлены на рисунке 4 (а) и (б) соответственно.

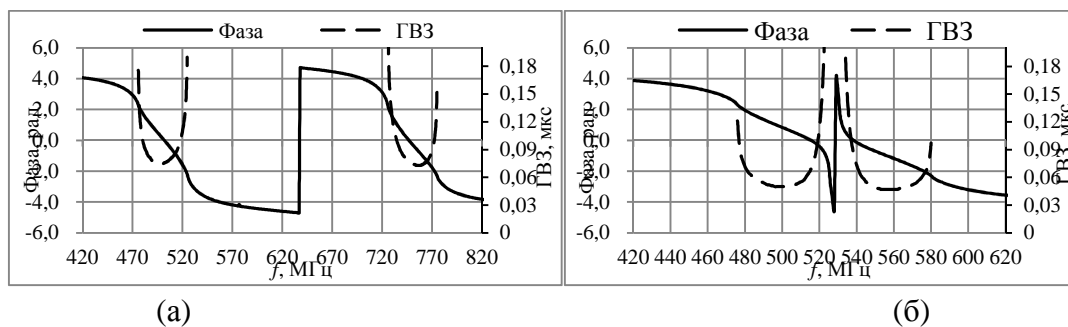


Рисунок 4

Можно отметить, что ФЧХ имеет скачок фазы на частоте, где АЧХ двухполосного фильтра имеет ноль передачи. Симметрия характеристики группового времени задерживания в полосе пропускания относительно центральной частоты сохраняется вплоть до разнеса центральных частот в две полосы пропускания. При дальнейшем сближении неравномерность ГВЗ увеличивается и достигает своего максимума при $k=1$. Это результат аналогичен результату с бесконечным числом элементов. Однако в отличие от предыдущего случая можно показать, что абсолютное значение ГВЗ и ее неравномерность зависит от числа реактивных элементов, согласно (9), и минимально возможные искажения ФЧХ возможны лишь при малом числе реактивных элементов в составе фильтра и разнесо центральных частот полос пропускания на величину, превышающую две полосы пропускания.

Библиографический список

1. Кершис, С.А. Многочастотные резонаторы и фильтры на их основе/ С.А. Кершис// Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ".— 2012.— №9.—с.3-7.
2. Hsu, C.L., Kua, J.T. Design of microwave dual-band filters using a double-diplexing configuration/C.L.Hsu and J.T. Kua//Proc.Asia-Pacific Microw.Conf.— 2006.— pp.1241-1244
3. Kim, C.H. and Chang, K. Independently controllable dual-band bandpass filters using asymmetric stepped-impedance resonators/C.H.Kim and K.Chang//IEEE Trans.Microw. Theory Tech.—2011.—vol.59.—no.12.—pp.3037-3047.
4. Chang, Y.C., Kao, C.H., Weng, M.H. and Yang, R.Y. Design of the compact dual-band bandpass filter with high isolation for GPS/WLAN applications/Y.C.Chang//IEEE Microw. Wireless compon. Lett.—2009.—vol.19.—no 12.— pp.780-782.
5. Артым, А.Д. Электрические корректирующие цепи и усилители/ А.Д. Артым.— Москва: Энергия, 1965.—418с.
6. Чавка, Г.Г. Многополосовое преобразование частоты/Г.Г.Чавка//Известия ВУЗов СССР. Радиоэлектроника.— 1968.— №12.— с.1315-1318.