

Т.М. Сапронова, В.А. Сыровой

ФГУП "Всероссийский электротехнический институт"

Формирование тороидальных бриллюэновских электронных потоков

Приведено точное решение задачи расчета формирующих электродов для тороидальных вырезок из сплошного, полого и электростатического бриллюэновских потоков.

Ключевые слова: бриллюэновские потоки, тороидальные электронные пучки, точное решение

Тор, ограничивающий вырезку из имеющего только одну азимутальную компоненту скорости бриллюэновского потока, определяется уравнением $v=0$ в системе u, v , связанной с координатами z, R в меридиональной плоскости соотношениями

$$z = -d \frac{2be^v \sin u}{1 + b^2 e^{2v} + 2be^v \cos u}, \quad R = d \frac{1 - b^2 e^{2v}}{1 + b^2 e^{2v} + 2be^v \cos u}. \quad (1)$$

Константы d, b выражаются через радиус сечения a и расстояние R_0 центра сечения от оси z :

$$d = \frac{1 - b^2}{1 + b^2} R_0, \quad b = \frac{1}{a} \left(R_0 - \sqrt{R_0^2 - a^2} \right). \quad (2)$$

Система (1) имеет конформную метрику:

$$h_1^2 = h_2^2 \equiv h^2 = \frac{4b^2 d^2 e^{2v}}{\left(1 + b^2 e^{2v} + 2be^v \cos u \right)^2}. \quad (3)$$

Потенциал вне пучка описывается выражением

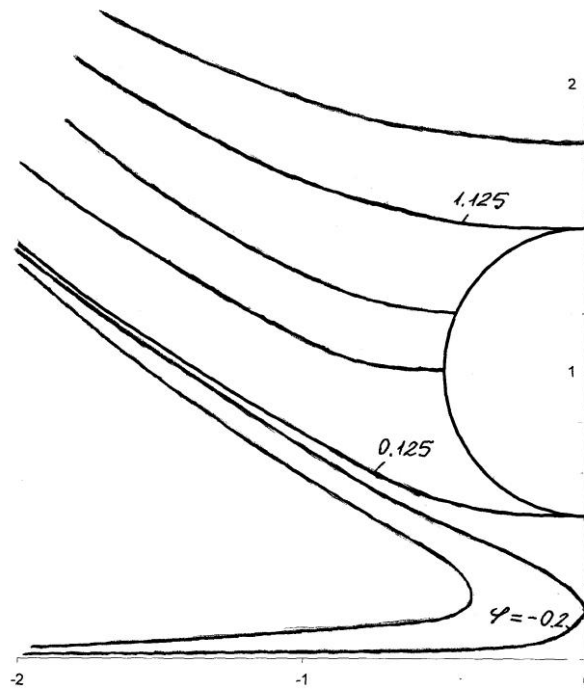
$$\varphi = \varphi_i - \frac{1}{\sqrt{R}} \operatorname{Re} \int_0^v d\eta \int_0^{\eta} \rho \sqrt{R} h^2 F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1; \lambda\right) d\xi, \quad (4)$$
$$\lambda = - \frac{\left[R(\zeta, \eta) - R(u, v) \right]^2 + \left[z(\zeta, \eta) - z(u, v) \right]^2}{4R(u, v)R(\zeta, \eta)},$$

где φ_i – потенциал в пучке, ρ – плотность пространственного заряда, F – гипергеометрическая функция Гаусса. Сомножитель для F , являясь функцией u, v и попадая под интеграл, подвергается следующим изменениям: аналитическому продолжению по $u \rightarrow \zeta = u + i\xi$; замене $v \rightarrow \eta$. На границе пучка двойной интеграл не дает вклада в потенциал и поле.

Функции φ_i, ρ для сплошного, полого и электростатического бриллюэновских пучков имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{1}{8} H_z^2 R^2, \quad \rho = \frac{1}{2} H_z^2; \\ \varphi_i &= \frac{1}{8} H_z^2 R^2 \left(1 - \frac{c^2}{R^2} \right)^2, \quad \rho = \frac{1}{2} H_z^2 \left(1 + \frac{c^4}{R^4} \right); \\ \varphi_i &= \frac{1}{2} \frac{c^4}{R^2}, \quad \rho = 2 \frac{c^4}{R^4}, \quad c = \text{const.} \end{aligned} \tag{5}$$

На рисунке приведены эквипотенциальные кривые в случае тороидальной вырезки из сплошного бриллюэновского потока. Со стороны оси сформировалась особая точка с эквипотенциалью-сепаратрисой $\varphi = -0,2$.



Рисунок