К. А. Батенков

Академия Федеральной службы охраны РФ

Нелинейная демодуляция в фазированных антенных решетках на основе рядов вольтерра

Представлена обобщенная формула нелинейной демодуляции в фазированных антенных решетках на основе рядов Вольтерра, представляющая собой произведение пространственной матрицы коэффициентов разложения базисных функций демодуляции на вектор коэффициентов разложения сигнала на входе демодулятора.

Ключевые слова: нелинейная демодуляция, фазированная антенная решетка, ряд Вольтерра, пространственная матрица, коэффициент разложения.

В теории фазированных антенных решеток достаточно хорошо освещены вопросы, касающиеся линейной демодуляции сигналов, поскольку математические модели и алгоритмы, синтезируемые на их основе, довольно просто формализуемы и, как следствие, реализуемы. В отношении же нелинейной демодуляции подобного тезиса утверждать нельзя, так как в данном случае математические аппарат существенно усложняется вследствие невыполнимости большинства из линейных свойств гауссовских процессов. В этой связи в данной работе делается попытка формализации нелинейной операции демодуляции на основе использования рядов Вольтерра, которые позволяют ограничивать степень нелинейности операторов, а следовательно делают возможным, пусть и приближенного, но описания подобной операции.

Так, сигнал на входе демодулятора целесообразно сопоставить с бесконечномерным вектором. Выбор той же самой системы координатных функций $\boldsymbol{\psi}(t',\mathbf{r}')$ позволяет представить сигнал на входе демодулятора в виде обобщенного ряда Фурье:

$$x'(t',\mathbf{r}') = \overline{\mathbf{x}}'^{T}\, \boldsymbol{\psi}(t',\mathbf{r}'), \tag{1}$$

где $\overline{\mathbf{x}}' = (\overline{x}'_1, \overline{x}'_2, ..., \overline{x}'_\infty)^T$ – бесконечномерный вектор коэффициентов разложения входного сигнала $x'(t',\mathbf{r}')$ в базисе функций $\boldsymbol{\psi}(t',\mathbf{r}')$, элементы которого вычисляются как скалярное произведение:

$$\overline{\mathbf{x}}' = \int_{t'}\int_{\mathbf{r}'} x'(t',\mathbf{r}')\boldsymbol{\psi}(t',\mathbf{r}')d\mathbf{r}'\,dt'. \tag{2}$$

Базисные же функции демодуляции имеют функциональную зависимость от нескольких переменных времени и пространственных координат, что предполагает более сложный вид разложения:

$$\varphi'_{i,k}(t'_1,...,t'_i,\mathbf{r}'_1,...,\mathbf{r}'_i) = \sum_{k_1=1}^{\infty}...\sum_{k_i=1}^{\infty}\varphi'_{i,k,k_1,...,k_i}\prod_{j=1}^{i}\psi_{k_j}(t'_j,\mathbf{r}'_j),\ i=\overline{1,N_b},\ \ k=\overline{1,N'}, \tag{3}$$

где $\varphi'_{i,k,k_1,...,k_i}$ – коэффициенты разложения базисных функций демодулятора $\varphi'_{i,k}(t'_1,...,t'_i,\mathbf{r}'_1,...,\mathbf{r}'_i)$ в базисе функций $\boldsymbol{\psi}(t',\mathbf{r}')$, определяемые в виде:

$$\varphi'_{i,k,k_1,...,k_i} = \int_{t'_1}...\int_{t'_i}\int_{\mathbf{r}'_1}...\int_{\mathbf{r}'_i}\left\{\prod_{j=1}^{i}\psi_{k_j}(t'_j,\mathbf{r}'_j)\right\}\varphi'_{i,k}(t'_1,...,t'_i,\mathbf{r}'_1,...,\mathbf{r}'_i)dt'_1...dt'_i\,d\mathbf{r}'_1...d\mathbf{r}'_i. \tag{4}$$

Применение условия ортонормированности базиса $\boldsymbol{\psi}(t', \mathbf{r}')$ и свойства симметричности базисных функций демодуляции преобразует операцию нелинейной демодуляции к виду:

$$x'_k = \sum_{i=1}^{N_b} \left[\sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=k_1}^{\infty} \dots \sum_{k_i=k_{i-1}}^{\infty} \left\{ \prod_{j=1}^{i} \bar{x}'_{k_j} \right\} \varphi'_{i,k,k_1,\dots,k_i} \right]. \tag{5}$$

Коэффициенты разложения базисных функций демодуляции также целесообразно представить в виде $(i+1)$-мерной матрицы переменного порядка $\mathbf{\Phi}'_i = \left\{ \varphi'_{i,k,k_1,\dots,k_i} \right\}_{k=\overline{1,N'}, k_1,\dots,k_i=\overline{1,\infty}}$, у которой только элементы с неубывающими индексами, за исключением первого, могут быть отличны от нуля, то есть $\varphi'_{i,k,k_1,\dots,k_i} = 0 \Big| \ \exists k_l < k_{l'},\ l < l'$, $l, l' = \overline{1,i}$. Соответственно размер (порядок) матрицы $\mathbf{\Phi}'_i$ – $N' \times \underbrace{\infty \times \dots \times \infty}_{i}$. Использование операций произведения многомерной матрицы на вектор [1] позволяет получить выражение для нелинейной демодуляции в форме суммы i-кратного произведения:

$$\mathbf{x}' = \sum_{i=1}^{N_b} \mathbf{\Phi}'_i \{2, \dots, i+1\} \bar{\mathbf{x}}', \tag{6}$$

где операция произведения пространственной матрицы на вектор задается в виде:

$$\mathbf{\Phi}'_i \{2, \dots, i+1\} \bar{\mathbf{x}}' = \left\{ \sum_{k_1=1}^{N} \dots \sum_{k_i=1}^{N} \prod_{l=1}^{i} \bar{x}'_{k_l} \varphi'_{j,k_1,\dots,k_i} \right\}_{j=\overline{1,\infty},\ k_1,\dots,k_i=\overline{1,N}}. \tag{7}$$

Библиографический список

1. Соколов Н. П. Пространственные матрицы и их приложения / Н. П. Соколов. – М. : Госуд. изд. физ.-мат. лит, 1960. – 300 с.