

Моделирование высокочастотных электромагнитных полей в слоистых структурах

Описан численный метод моделирования высокочастотных электромагнитных полей в многослойных структурах, изотропных по двум направлениям. Метод основан на использовании спектрального метода моментов. Обсуждаются алгоритмы вычисления спектральной функции Грина многослойных структур и ее преобразования в пространственную функцию Грина. приводятся примеры расчета поля в многослойных структурах.

Ключевые слова: слоистые структуры, метод моментов, спектральная функция Грина.

Слоистые структуры, состоящие из нескольких тонких слоев изотропных однородных диэлектриков, между которыми располагаются металлические проводники, широко используются в современной электронике СВЧ. К таким структурам относятся, в частности, однослойные и многослойные печатные платы, интегральные схемы, антенны. Расчет электромагнитного поля в таких структурах сопряжен со значительными трудностями ввиду того, что "объемные" методы типа методов конечных разностей и конечных элементов требуют значительных вычислительных ресурсов, а применение "поверхностных" методов типа метода моментов, затрудняется отсутствием аналитических выражений для функций Грина в слоистых средах. В настоящей работе рассматривается применение спектрального метода моментов [1] для анализа поля в слоистых структурах, и приводятся некоторые примеры расчета.

Рассмотрим структуру, состоящую из произвольного числа слоев однородных изотропных диэлектриков, между которыми могут располагаться металлические ленточные проводники произвольной формы. Проводники, расположенные в различных слоях, могут соединяться между собой металлическими перемычками. В дальнейшем считаем металлические проводники идеально проводящими. Плотность поверхностного тока, протекающего по проводникам, удовлетворяет интегральному уравнению

$$\mathbf{e}_n \times \left\{ \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) - \left[i\omega \int_{S'} \bar{G}^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') dS' + \frac{1}{i\omega} \nabla \int_{S'} G^\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') dS' \right] \right\} = 0. \quad (1)$$

В этом уравнении \mathbf{J}_s – поверхностная плотность тока, ω – круговая частота, $\bar{G}^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – диадная функция Грина для векторного потенциала, $G^\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ – скалярная функция Грина для скалярного потенциала, $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$ – внешнее (возбуждающее) электрическое поле, \mathbf{r}, \mathbf{r}' – радиус-векторы точки наблюдения и точки источника, ∇, ∇' – операторы Гамильтона, действующие на координаты точки наблюдения и точки источника, соответственно.

К сожалению, аналитические выражения для функций Грина в слоистой среде неизвестны. Можно, однако, перейти в спектральную область, используя преобразование Фурье. Рассмотрим, например, дифференциальное уравнение

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) G(x, x', y, y') + k^2 G(x, x', y, y') = -\delta(x - x', y - y').$$

Его решением служит функция Грина G , вид которой в общем случае неизвестен. Упростить это уравнение можно, применив к нему преобразование Фурье:

$$\left(-k_x^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \tilde{G}(k_x, y, y') + k^2 \tilde{G}(k_x, y, y') = -\delta(y - y'),$$

где

$$\tilde{G}(k_x, y, y') = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, x', y, y') e^{-ik_x(x-x')} dx$$

– спектральная функция Грина. Как видно, уравнение для спектральной функции Грина проще, чем исходное и его проще решить. Как показано в [1], спектральные функции Грина для слоистой среды могут быть выражены через обобщенные коэффициенты отражения, выражения для которых приведены в [2]. В работе [3] приведены соответствующие выражения для компонентов диадной и скалярной функций Грина.

Если спектральная функция Грина известна, можно найти ее оригинал с помощью обратного преобразования Фурье. Этот способ, однако, малоэффективен ввиду сингулярности и быстрых осцилляций подынтегральной функции. Поэтому на практике используются приближенные методы вычисления пространственной функции Грина, основанные на использовании интеграла Зоммерфельда:

$$G(\rho, z, z') = \int_0^{\infty} J_0(k_\rho, z, z') \tilde{G}(k_\rho, z, z') k_\rho dk_\rho, \quad (2)$$

где $\tilde{G}(k_\rho, z, z')$ – любая компонента спектральной функции Грина, $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$ – радиальная координата, $k_\rho = \sqrt{k^2 - k_z^2}$ – радиальное волновое число. Интеграл Зоммерфельда также не вычисляется аналитически, за исключением небольшого числа частных случаев. Если, однако, спектральную функцию Грина аппроксимировать суммой экспоненциальных функций комплексного переменного:

$$\tilde{G}(k_\rho) \approx \frac{1}{2\gamma} \sum_{m=1}^M a_m e^{-ib_m k_z}, \quad (3)$$

где $\gamma = \sqrt{k^2 - k_\rho^2}$ – поперечное волновое число, a_m, b_m – аппроксимационные коэффициенты, можно воспользоваться тождеством Зоммерфельда. После ряда преобразований получаем выражение

$$G_i(\rho, z, z') = \sum_{m=1}^M a_m \frac{e^{k_i r_m}}{r_m}, \quad (4)$$

где $r_m = \sqrt{\rho^2 + (z - z' - ib_m)^2}$. Индекс i в этой формуле обозначает номер слоя.

Вычисление коэффициентов a_m, b_m в формуле (3) обычно используется обобщенный метод пучка функций (GPOF) [4]. Для использования этого метода необходимо вычислить значения аппроксимируемой функции (отсчеты) вдоль пути интегрирования Зоммерфельда в интеграле (2) с равномерным шагом по аргументу. При этом путь должен быть конечным и не должен проходить через полюсы. Обычно используется так называемый деформированный путь Зоммерфельда

$$\gamma_m = k_m \left[t + i \left(1 - t / T_0 \right) \right],$$

где $t = (0, T_0)$ – действительная переменная, T_0 – верхняя граница пути интегрирования, которая определяется из условия $|\tilde{G}(k_m T_0)| < \nu$, где ν – малая величина. Обычно $5 \leq T_0 \leq 10$.

При использовании ОДПФ вычисляют значения функции \tilde{G} в точках $t_k = (k-1)\delta t$, $\delta t = T_0 / N$ – шаг изменения аргумента, $N = 40 \dots 50$ – число отсчетов.

С целью исключения быстрых колебаний спектральной функции Грина перед применением ОМПФ необходимо исключить из нее квазистатический член и члены, соответствующие поверхностным волнам. Фактически это полюсы спектральной функции Грина, положение которых на комплексной плоскости необходимо определить и затем найти вычеты функции Грина в этих полюсах. Для выделения полюсов можно использовать метод дискретных комплексных отображений, ДКО (Discrete Complex Image Method, DCIM), предложенный в [5].

Представим спектральную функцию Грина в форме

$$\tilde{G} = \frac{F}{2\gamma}.$$

В качестве первого шага необходимо выделить из этой функции квазистатический член, который становится доминирующим при $k_p \rightarrow \infty$. Этот член можно вычислить, учитывая, что при поперечной поляризации коэффициенты отражения стремятся к $(\mu_i - \mu_{i+1}) / (\mu_i + \mu_{i+1})$, а при продольной – к $(\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}) / (\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1})$. Обозначив квазистатический член через F_0 , запишем

$$\tilde{G} = \frac{F - F_0}{2\gamma} + \frac{F_0}{2\gamma}.$$

Пространственный оригинал квазистатического члена получим с помощью тождества Зоммерфельда:

$$G_{0i} = F_0 \frac{e^{-ik_i r_0}}{4\pi r_0},$$

где $r_0 = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$, а индекс i означает номер слоя. В результате интеграл (2) может быть записан следующим образом:

$$G(k_p, z, z') = F_0(k_p, z, z') \frac{e^{-ik_p r_0}}{4\pi r_0} + \int_0^\infty [F(k_p, z, z') - F_0(k_p, z, z')] J_0(k_p \rho) k_p dk_p.$$

Для выделения полюсов ядро спектральной функции Грина $\tilde{F} = F - F_0$ необходимо представить в виде дроби

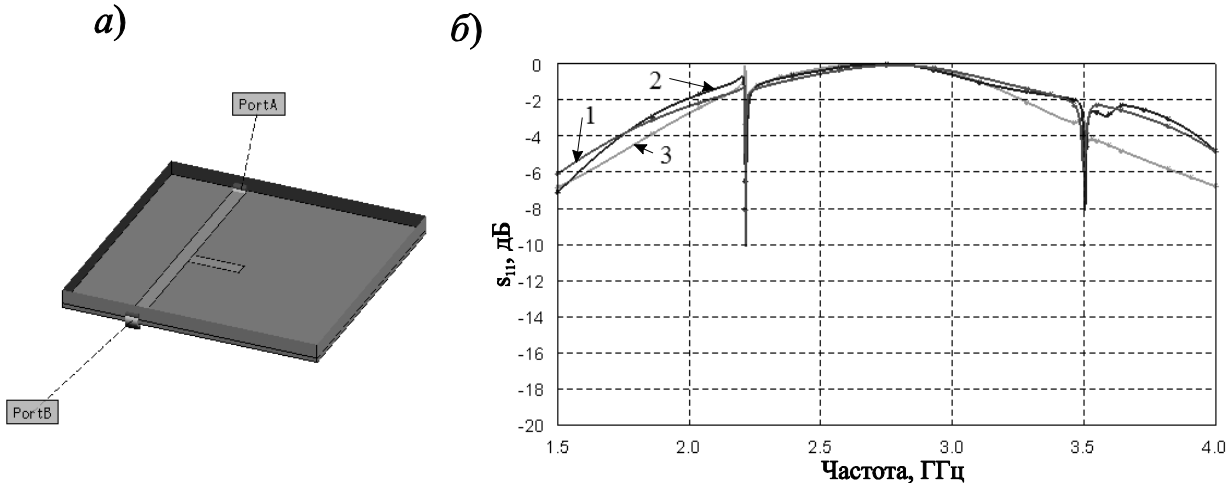
$$\tilde{F}(k_p, z, z', \gamma_i) = \frac{D(k_p, z, z', \gamma_i)}{C(k_p, z, z', \gamma_i)},$$

где D, C – аналитические функции своих аргументов. Полюсы функции Грина соответствуют нулям функции C . Для нахождения этих нулей можно использовать любую процедуру нахождения корней комплексной функции. После этого вычеты функции Грина в полюсе вычисляются с помощью теоремы о вычетах

$$\operatorname{Res}\left[\tilde{F}(k_{\rho m})\right]=\frac{1}{2\pi i}\oint_{C_{k_{\rho m}}}\tilde{F}(k_{\rho})dk_{\rho},$$

где $C_{k_{\rho m}}$ – замкнутый контур, охватывающий полюс $k_{\rho m}$.

На рисунке показан пример расчета двухслойной (микроросковой) структуры (полосно-пропускающего фильтра) методом моментов (ММ) в сравнении с результатами расчета другими методами – комбинированным методом конечный элемент и моментов (МКЭ+ММ) и с использованием принципа поверхностной эквивалентности (ППЭ). Как видно, положение и ширина полос пропускания, рассчитанных этими методами, практически совпадают.



Микроросковский фильтр (а) и его АЧХ (б). 1 – МКЭ+ММ, 2 – ППЭ, 3 – ММ.

Библиографический список

1. G. W. C., The method of moments in electromagnetics, N.-Y.: Chapman and Hall/CRC, 2008, p. 272.
2. W. C. Chew, Waves and fields in inhomogeneous media, York: IEEE Press, 1980, p. 535.
3. M.-J. Tsai, F. De Flavis, O. Fordham, N. G. Alexopoulos, «Modeling planar arbitrary shaped microstrip elements in multilayered media,» *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, т. 45, № 3, p. 330–337, 1997.
4. Hua Y., Sarkar T. K., «Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response,» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, т. 37, № 2, p. 229–234, 1969.
5. Fang D. G., Yang J. J., Delisle G. Y., «Discrete image theory for horizontal electric dipoles in a multilayered medium,» *IEE Proc. H, Microw. Antennas Propagat.*, т. 135, № 5, p. 319–326, 1988.