

## Щелевые линии на основе многослойных нанокompозитных сегнетоэлектрических пленок

*Проверена возможность создания щелевых линий на основе многослойных нанокompозитных сегнетоэлектрических пленок в качестве перестраиваемых устройств радиочастотного диапазона. Проведен полный волновой анализ для щелевой линии, а также продемонстрирован его численный результат*

**Ключевые слова:** сегнетоэлектрическая пленка, нанокompозитная сегнетоэлектрическая пленка, щелевая линия, перестраиваемые устройства радиочастотного диапазона.

Одним из перспективных направлений в области СВЧ и КВЧ техники, является использование структуры “диэлектрическая подложка – сегнетоэлектрическая пленка” [1,2]. На основе такой структуры можно создавать различные функциональные элементы и устройства СВЧ и КВЧ техники с электрическим управлением.

Недостатком СЭП является температурная зависимость ее диэлектрической проницаемости. Использование нанокompозитных СЭП позволяет обеспечить широкий температурный интервал с сохранением управления диэлектрической проницаемостью. Термином- нанокompозитная сегнетоэлектрическая пленка мы определяем пленку, образованную последовательностью нанослоев, каждый из которых имеет свой химический состав. В конкретном случае, это нанослои  $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$  с разным процентным содержанием бария и легирующих добавок.

На рис.1. представлена модель планарной линии передачи на основе многослойной диэлектрической структуры. Металлические стенки, ограничивающие область решения задачи, играют вспомогательную роль и при расчетах могут считаться бесконечно удаленными от центра щели. На рис.2 представлена щелевая линия, а на рис.3, многощелевая линия.

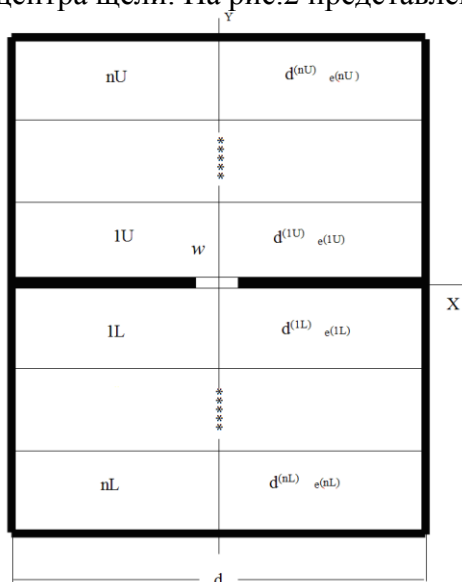


Рис.1.

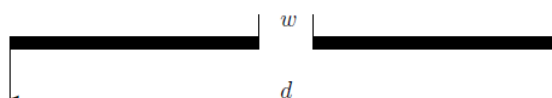


Рис.2.

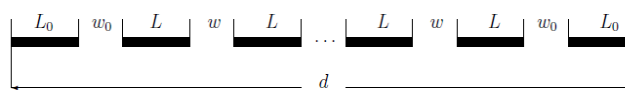


Рис.3

Значения переменных обозначенных на рисунках сведены в таблице

Имя переменной	Описание
----------------	----------

nU	количество слоев диэлектрика <i>над</i> щелью
nL	количество слоев диэлектрика <i>под</i> щелью
d	ширина волновода
w	ширина щели (для <i>многощелевого</i> волновода – <i>центральной</i> )
w0	ширина <i>боковой</i> щели (для <i>многощелевого</i> волновода)
d <sup>U</sup>	толщины слоев диэлектрика <i>над</i> щелью (нумерация – <i>от щели</i> )
e <sup>U</sup>	<i>относительные</i> диэлектрические проницаемости слоев диэлектрика <i>над</i> щелью (нумерация – <i>от щели</i> )
d <sup>L</sup>	толщины слоев диэлектрика <i>под</i> щелью (нумерация – <i>от щели</i> )
e <sup>L</sup>	<i>относительные</i> диэлектрические проницаемости слоев диэлектрика <i>под</i> щелью (нумерация – <i>от щели</i> )

Поля в j-том слое диэлектрика представляются суммой LSE и LSM типов частично заполненного прямоугольного волновода.

### **LSE - волны**

Условие  $div(\mathbf{H}^{(j)})=0$  позволяет ввести в каждой пространственно односвязанной области векторный потенциал  $A^{(j)}$  как

$$\mathbf{HM}^{(j)} = rot(\mathbf{A}^{(j)}).$$

С учетом граничных условий на вертикальных стенках волновода, векторный потенциал  $A^{(j)}$  может быть представлен в виде

$$\mathbf{A}^{(j)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} 0 \\ M_n^{(j)}(y) \sin(a_n x) \exp(i(\omega t - \gamma z)) \\ 0 \end{bmatrix},$$

где  $a_n = \frac{2\pi}{d} n$ ,  $\gamma$  - постоянная распространения электромагнитной волны в линии передачи.

Тогда LSE поля в j- том волноводе могут быть получены в виде

$$\mathbf{HM}^{(j)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} i\gamma \sin(a_n x) \\ 0 \\ a_n \cos(a_n x) \end{bmatrix} \cdot M_n^{(j)}(y) \exp(i(\omega t - \gamma z)),$$

$$\mathbf{EM}^{(j)} = - \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} ia_n \cos(a_n x) \frac{\partial M_n^{(j)}(y)}{\partial y} \\ i(a_n^2 + \gamma^2) \sin(a_n x) M_n^{(j)}(y) \\ \gamma \sin(a_n x) \frac{\partial M_n^{(j)}(y)}{\partial y} \end{bmatrix} \frac{\exp(i(\omega t - \gamma z))}{\omega \epsilon_0 e^{(j)}},$$

где  $M_n^{(j)}(y)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 M_n^{(j)}(y)}{\partial y^2} + (K_n^{(j)})^2 \cdot M_n^{(j)}(y) = 0, ,$$

$$K_n^{(j)} = \sqrt{k^2 e^{(j)} - a_n^2 - \gamma^2} \quad k = \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}.$$

### **LSM волны**

Условие  $div(e^{(j)} \mathbf{E}^{(j)})=0$  позволяет ввести в каждой пространственно односвязанной области векторный потенциал  $F$  как

$$\mathbf{EE}^{(j)} = - \frac{rot(\mathbf{F}^{(j)})}{e^{(j)}}.$$

С учетом граничных условий на вертикальных стенках волновода, векторный потенциал  $F^{(j)}$  может быть представлен в виде

$$\mathbf{F}^{(j)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} 0 \\ E_n^{(j)}(y) \cos(a_n x) \exp(i(\omega t - \gamma z)) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда электромагнитные поля LSM типа в  $j$  – том слое могут быть получены в виде

$$\mathbf{EE}^{(j)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} -i\gamma \cos(a_n x) \\ 0 \\ a_n \sin(a_n x) \end{bmatrix} \cdot E_n^{(j)}(y) \frac{\exp(i(\omega t - \gamma z))}{e^{(j)}}, \quad \mathbf{HE}^{(j)} = \sum_{n=0}^{+\infty} \begin{bmatrix} ia_n \sin(a_n x) \frac{\partial E_n^{(j)}(y)}{\partial y} \\ -i(a_n^2 + \gamma^2) \cos(a_n x) E_n^{(j)}(y) \\ g \cos(a_n x) \frac{\partial E_n^{(j)}(y)}{\partial y} \end{bmatrix} \cdot \frac{\exp(i(\omega t - \gamma z))}{\omega \mu_0 e^{(j)}},$$

где  $E_n^{(j)}(y)$  удовлетворяет уравнению.

$$\frac{\partial^2 E_n^{(j)}(y)}{\partial y^2} + (K_n^{(j)})^2 E_n^{(j)}(y) = 0.$$

Гибридные поля в  $j$  – том слое представим суммой LSE и LSM типов волн

$$\mathbf{H}^{(j)} = \mathbf{HM}^{(j)} + \mathbf{HE}^{(j)}, \quad \mathbf{E}^{(j)} = \mathbf{EM}^{(j)} + \mathbf{EE}^{(j)}.$$

С учетом граничных условий на верхней и нижней стенках волновода имеем в слое  $j$  ( $j = nU \vee j = nL$ )

$$M_n^{(j)}(y) = A_n^{(j)} \cos(K_n^{(j)}(y - y^{(j)})), \quad E_n^{(j)}(y) = Q_n^{(j)} \frac{\sin(K_n^{(j)}(y - y^{(j)}))}{K_n^{(j)}},$$

в слое  $j$  ( $j \neq nU \wedge j \neq nL$ )

$$M_n^{(j)}(y) = A_n^{(j)} \cos(K_n^{(j)}(y - y^{(j)})) + B_n^{(j)} \frac{\sin(K_n^{(j)}(y - y^{(j)}))}{K_n^{(j)}},$$

$$E_n^{(j)}(y) = P_n^{(j)} \cos(K_n^{(j)}(y - y^{(j)})) + Q_n^{(j)} \frac{\sin(K_n^{(j)}(y - y^{(j)}))}{K_n^{(j)}},$$

где  $y^{(j)}$  – ордината дальней от щели границы  $j$  – того слоя диэлектрика, множитель  $\exp(i(\omega t - \gamma z))$  опущен.

Касательное электрическое поле на металле равно нулю, а на щелях задается с учетом требуемого ее поведения на концах щели частными суммами рядов Чебышева – Фурье.

Для однощелевой линии

$$E_x(x, 0+) = E_x(x, 0-) = XE_n = \sum_{m=0}^N T(2m, x) t_m, \quad (1)$$

$$E_z(x, 0+) = E_z(x, 0-) = ZE_n = \sum_{m=0}^N U(2m+1, x) u_m, \quad (2)$$

здесь  $T(m, x)$  – полином Чебышева первого рода

$$T(m, x) = \frac{T_{2m}\left(\frac{2x}{\omega}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{w}\right)^2}},$$

а  $U(m, x)$  – полином Чебышева второго рода

$$U(m, x) = \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{w}\right)^2} \cdot U_m\left(\frac{2x}{w}\right).$$

Для многощелевого линии

$$Ex_n(x, 0+) = Ex_n(x, 0-) = XE_n = \sum_{l=0}^{N_w+1} \sum_{m=0}^M T_l(m, x) t_{l,m}, \quad (3)$$

$$Ez_n(x, 0+) = Ez_n(x, 0-) = ZE_n = \sum_{l=0}^{N_w+1} \sum_{m=0}^M U(m, x) u_{l,m}. \quad (4)$$

где на ширине  $l$  – той щели

$$T(m, x) = \frac{T_m\left(\frac{2x}{w_l}(x - x_l)\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{w_l}(x - x_l)\right)^2}} \quad U(m, x) = \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{w_l}(x - x_l)\right)^2} U_m\left(\frac{2x}{w_l}(x - x_l)\right)$$

В формулах обозначено  $N_w$  – количество центральных щелей,  $w_l, x_l (l=0, \dots, N_w+1)$  – ширина и абсцисса центр  $l$  – той щели.

Выполнение условий сшивания для векторных потенциалов на границах диэлектрических слоев позволяет ввести переходные матрицы  $M_n^{(j)}, N_n^{(j)}$  связывающие коэффициенты Фурье в соседних диэлектрических слоях

$$M_n^{(j-1)} \cdot \begin{bmatrix} A_n^{(j-1)} \\ B_n^{(j-1)} \\ P_n^{(j-1)} \\ Q_n^{(j-1)} \end{bmatrix} = N_n^{(j)} \cdot \begin{bmatrix} A_n^{(j)} \\ B_n^{(j)} \\ P_n^{(j)} \\ Q_n^{(j)} \end{bmatrix}, \quad (j \neq nU) \wedge (j \neq nL),$$

$$M_n^{(j-1)} \cdot \begin{bmatrix} A_n^{(j-1)} \\ B_n^{(j-1)} \\ P_n^{(j-1)} \\ Q_n^{(j-1)} \end{bmatrix} = N_n^{(j)} \cdot \begin{bmatrix} A_n^{(j)} \\ Q_n^{(j)} \end{bmatrix}, \quad (j = nU) \vee (j = nL).$$

$$MN_n^{(j)} = (M_n^{(j-1)})^{-1} \cdot N_n^{(j)},$$

где

$$NU_n = \prod_{j=2U}^{nU} MN_n^{(j)}, \quad NL_n = \prod_{j=2L}^{nL} MN_n^{(j)}.$$

Используя непрерывность касательных компонент напряженностей полей на границах раздела диэлектрических слоев, выразим коэффициенты Фурье этих компонент в слоях  $1U, 1L$  через коэффициенты Фурье в слоях  $nU$  и  $nL$  соответственно

$$\begin{bmatrix} A_n^{(1U)} \\ B_n^{(1U)} \\ P_n^{(1U)} \\ Q_n^{(1U)} \end{bmatrix} = NU_n \begin{bmatrix} A_n^{(nU)} \\ Q_n^{(nU)} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} A_n^{(1L)} \\ B_n^{(1L)} \\ P_n^{(1L)} \\ Q_n^{(1L)} \end{bmatrix} = NL_n \begin{bmatrix} A_n^{(nL)} \\ Q_n^{(nL)} \end{bmatrix}.$$

Умножая (1) и (3) на  $\cos(a_r \cdot x)$ , а (2) и (4) на  $\sin(a_r \cdot x)$  ( $r=0, \dots, +\infty$ ) и интегрируя по  $[-d/2, d/2]$  получим системы уравнений для определения  $A^{(nU)}_r, Q^{(nU)}_r, A^{(nL)}_r, Q^{(nL)}_r$ , в виде

$$EU_r NU_r \cdot \begin{bmatrix} A_r^{(nU)} \\ Q_r^{(nU)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XE_r \\ ZE_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_r^{(nU)} \\ Q_r^{(nU)} \end{bmatrix} = (EU_r NU_r)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} XE_r \\ ZE_r \end{bmatrix}$$

$$EL_r NL_r \cdot \begin{bmatrix} A_r^{(nL)} \\ Q_r^{(nL)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XE_r \\ ZE_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_r^{(nL)} \\ Q_r^{(nL)} \end{bmatrix} = (EL_r NL_r)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} XE_r \\ ZE_r \end{bmatrix}.$$

Касательные компоненты напряженности магнитного поля на щели непрерывны. Поэтому для линии с одной щелью умножим уравнение  $H_x(x, 0+) - H_x(x, 0-) = 0$  на  $U(2 \cdot s + 1, x)$ ,  $s = 0, \dots, N$ , а уравнение  $H_z(x, 0+) - H_z(x, 0-) = 0$  на  $T(2 \cdot s, x)$ . Результаты проинтегрируем на интервале  $\left[-\frac{w}{2}, \frac{w}{2}\right]$ .

Для многощелевой линии умножим уравнение  $H_z(x, 0+) - H_z(x, 0-) = 0$  на  $T_t(s, x)$ , а уравнение  $H_x(x, 0+) - H_x(x, 0-) = 0$  на  $U_t(s, x)$ ,  $t = 0, \dots, N_w + 1$ , для каждого  $s = 0, \dots, N$ .

В результате получим однородную систему уравнений относительно искомым коэффициентов  $t_m$  и  $u_m$  рядов Чебышева – Фурье с матрицей  $G$  порядка  $2 \cdot (N + 1)$  для линии с одной щелью и  $2 \cdot (N + 1) \cdot (N_w + 2)$  - для многощелевой линии

$$G \cdot TU = 0.$$

где  $0$  – нулевой столбец высоты  $2 \cdot (N + 1)$  для линии с одной щелью и  $2 \cdot (N + 1) \cdot (N_w + 2)$  - для многощелевой линии.  $TU$  - столбец той же высоты что и  $0$ , содержащий искомые коэффициенты Чебышева – Фурье.

При нахождении коэффициентов рядов Чебышева – Фурье, возникает проблема поиска нетривиального решения однородной системы уравнений.

При точном решении дисперсионного уравнения система имеет вырожденную матрицу и, следовательно, ненулевые решения. Поскольку постоянная распространения находится численным решением дисперсионного уравнения, матрица однородной системы оказывается невырожденной, т.е. эта система имеет только нулевое решение.

Привычно искать приближенное ненулевое решение системы методом наименьших квадратов, т.е. искать нормированный вектор  $\bar{z}$ , минимизирующий квадрат евклидовой нормы невязки

$$\min_z (G_z, G_z), (z, z) = 1.$$

Метод Лагранжа приводит к поиску минимума функции

$$\varphi(z, \lambda) = (G^T G_{z,z}) - \lambda \cdot (z, z).$$

Дифференцируя ( $\varphi$ ), получим уравнение для определения  $\bar{z}$  и  $\lambda$ .

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \equiv G^T G_z - \lambda \cdot z = 0,$$

т.е. искомым число  $\lambda$  и вектор  $\bar{z}$  суть наименьшее собственное число и соответствующий ему нормированный (норма евклидова) собственный вектор неотрицательно определенной матрицы  $G^T G$ .

Расчет были выполнены для широкого диапазона частот и размеров поперечного сечения щелевой линии. На рис.4 представлены расчетные графики зависимости постоянной распространения в щелевой линии от температуры для различного числа нанослоев сегнетоэлектрической пленки. Аппроксимация температурной зависимости диэлектрической проницаемости нанослоев сегнетоэлектрика была принята, как в ранее опубликованной работе [3] и в патенте [4]. Расчетные и экспериментальные графики зависимости постоянной распространения в щелевой линии от температуры и управляющего напряжения показаны на рис.5. Сегнетоэлектрическая пленка рис.5, состоит из 11 слоев суммарной толщиной  $d=1.97\mu\text{m}$ . Значения диэлектрической проницаемости в нанослоях были заданы из ряда значений соответствующих температур.

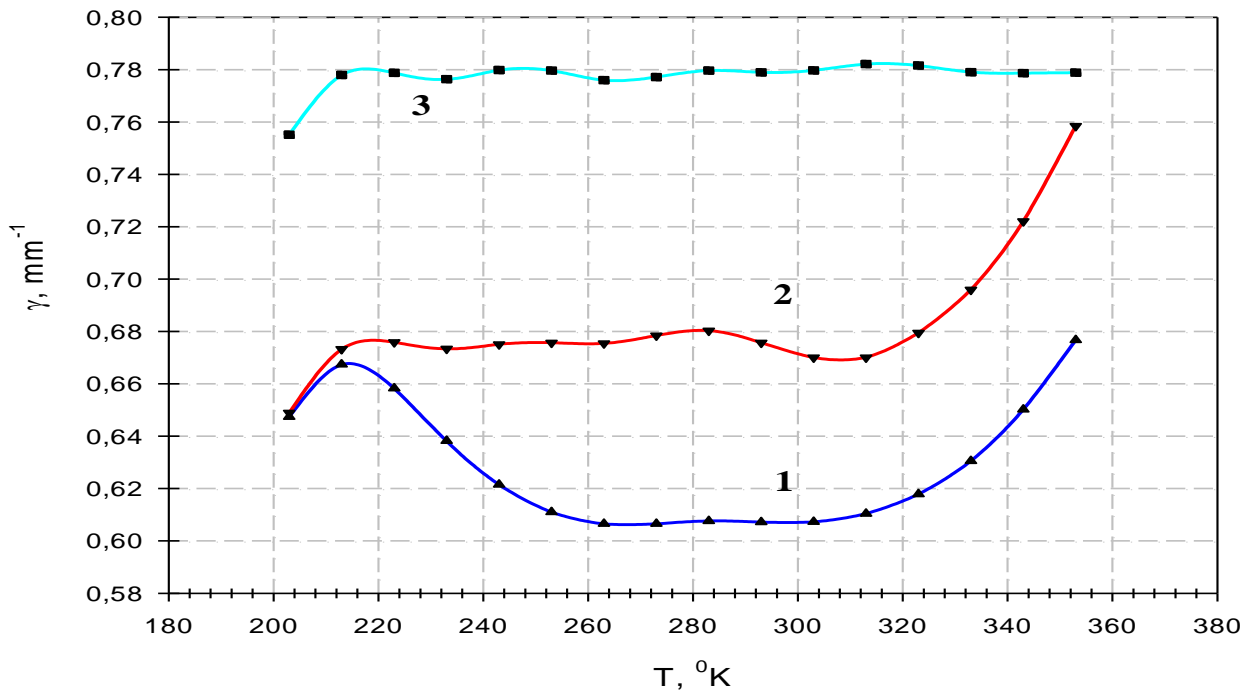


Рис.4. Расчетная зависимость постоянной распространения от температуры в щелевой линии передачи на частоте 10ГГц и ширине щели  $w=0.15\mu\text{m}$  для:

1 - пятислойной наноразмерной сегнетоэлектрической структуры суммарной толщиной  $d_1=2.5\mu\text{m}$ , состава  $x_1 - 0.4, x_2 - 0.5, x_3 - 0.6, x_4 - 0.7, x_5 - 0.9$ .

2 - шестислойной наноразмерной сегнетоэлектрической структуры суммарной толщиной  $d_1=2.5\mu\text{m}$ , состава  $x_{11} - 0.1, x_1 - 0.4, x_2 - 0.5, x_3 - 0.6, x_4 - 0.7, x_5 - 0.9$ .

3 - одиннадцатислойной наноразмерной сегнетоэлектрической структуры суммарной толщиной  $d_1=2.61\mu\text{m}$ , состава  $x_{11} - 0, x_1 - 0.1, x_2 - 0.2, x_3 - 0.3, x_4 - 0.4, x_5 - 0.5, x_6 - 0.6, x_7 - 0.7, x_8 - 0.8, x_9 - 0.9, x_{10} - 1.0$ . Где  $x_i$  – значение концентрации бария  $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$  в  $i$  – том слое.

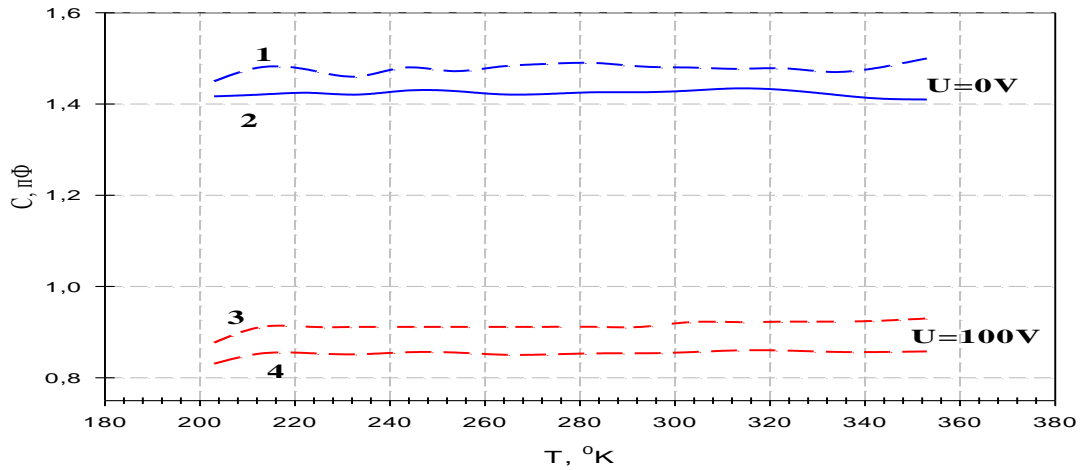


Рис. 5. Экспериментальные и расчетные зависимости электрической емкости щелевой линии (рис.4 кривая 3) от температуры и управляющего напряжения,  $w=50$  мкм, толщина диэлектрической подложки - 1мм, относительная диэлектрическая проницаемость подложки  $\epsilon=9.8$ . Кривые 1,3 - расчетные, кривые 2,4 – измеренные значения.

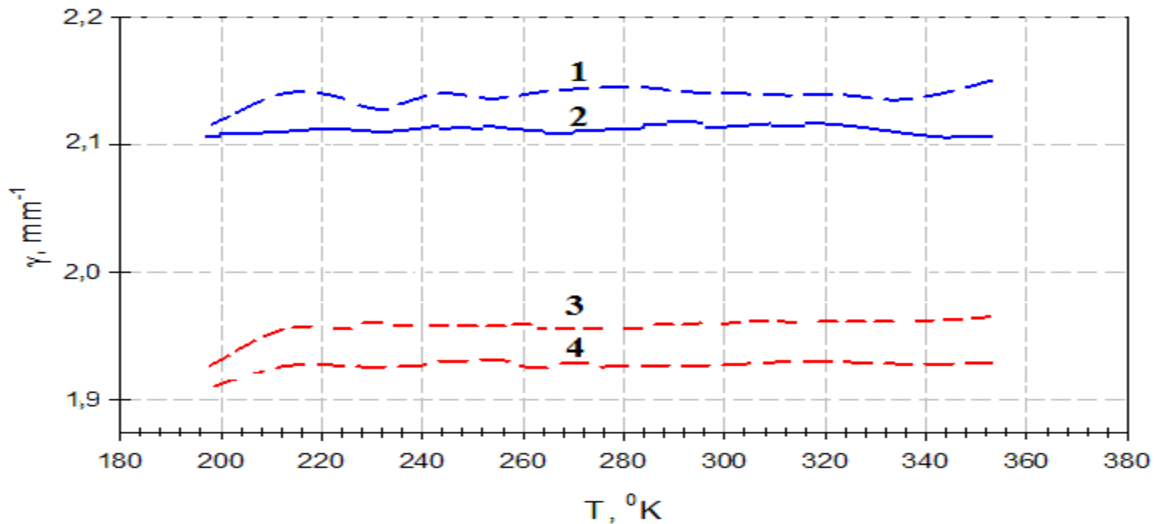


Рис. 6. Расчетные и экспериментальные зависимости постоянной распространения от температуры и управляющего напряжения для одиннадцатислойной наноразмерной сегнетоэлектрической структуры суммарной толщиной  $d_1=0.75$  мкм, состава  $x_1 - 0$ ,  $x_2 - 0.1$ ,  $x_3 - 0.2$ ,  $x_4 - 0.3$ ,  $x_5 - 0.4$ ,  $x_6 - 0.5$ ,  $x_7 - 0.6$ ,  $x_8 - 0.7$ ,  $x_9 - 0.8$ ,  $x_{10} - 0.9$ ,  $x_{11} - 1.0$ . При  $f=27.5$  ГГц,  $w=30$  мкм, толщина диэлектрической подложки - 0.5 мм,  $\epsilon=9.8$ . Кривые 1,3 - расчетные, кривые 2,4 – измеренные значения. Кривые 3,4 при управляющем напряжении  $U=190$ В на электродах щелевой линии. Где  $x_i$  – значение концентрации бария  $Ba_xSr_{1-x}TiO_3$  в  $i$  – том слое.

Полученные результаты, позволяют судить о температурной стабилизации постоянной распространения в щелевой линии сформированной на многослойной диэлектрической структуре с нанокompозитной сегнетоэлектрической пленкой.

#### Библиографический список

1. Мироненко И.Г., Иванов А.А. Дисперсионные характеристики щелевых и копланарных линий на основе структуры "сегнетоэлектрическая пленка – диэлектрическая подложка", Письма в ЖТФ, 2001, т. 27, вып.13, с. 22-26.

2. *Мироненко И.Х., Балашов В.М., и др.* Линии передачи СВЧ на основе сегнетоэлектрических пленок // Вопросы радиоэлектроники . - 2007г. сер. РЛТ, вып. 3. с. 112 - 118.
3. *Балашов В.М., Мироненко И.Г., Иванов А.А., Аттия Амро* “Щелевая линия на основе нанокompозитных сегнетоэлектрических пленок”, Вопросы радиоэлектроники, сер. РЛТ, 2011, январь, выпуск 1.
4. *Мироненко И.Г., Иванов А.А., Ястребов А.Н., и др.* Патент RU № 2443042 С1 от 20.02.2012 “Щелевая линия”