

М.А. Завьялов, Т.М. Сапронова, В.А. Сыровой
ФГУП "Всероссийский электротехнический институт"

Собственное магнитное поле и ультрарелятивистское приближение в биполярных и униполярных диодах

При использовании моделей плоского диода с релятивистскими электронами обсуждается область пригодности одномерного приближения и адекватность ультрарелятивистских решений.

Ключевые слова: биполярные и униполярные пучки, релятивистские электроны, собственное магнитное поле, ультрарелятивистский предел

Подробное исследование плоского биполярного диода с релятивистскими электронами проведено в работе [1].

Решение имеет вид

$$z = \int_0^{\varphi} f(\varphi, \varphi_a) d\varphi. \quad (1)$$

На рис. 1 представлена зависимость коэффициента усиления K_e электронного тока от ускоряющего напряжения φ_a (релятивистская нормировка, логарифмический масштаб). При этом K_e меняется от нерелятивистского значения 1.86 до ультрарелятивистской величины $(\pi/2)^2$.

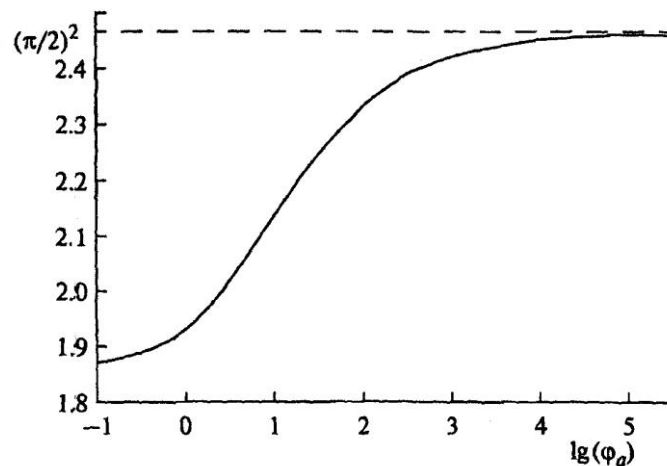


Рисунок 1

Для решения вопроса о справедливости одномерного приближения предложено рассмотреть систему уравнений движения периферического электрона в цилиндрическом пучке радиуса R_0 в электрическом поле плоского диода под действием пинчующего собственного азимутального магнитного поля в присутствии препятствующего компрессии внешнего продольного поля. Предполагается, что действие

пространственного заряда компенсировано за счет соответствующих формирующих электродов. Отклонение рассчитанной траектории от прямой является индикатором нарушения одномерности течения.

Упомянутая система в релятивистской нормировке имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{R}\dot{\psi} + 2\dot{\bar{R}}\dot{\psi} + \frac{1}{1+\varphi} (P\dot{\bar{R}} + \bar{R}\dot{\varphi}\dot{\psi}) &= 0, \\ \ddot{\bar{R}} - \dot{\bar{R}}\dot{\psi}^2 + \frac{1}{1+\varphi} \left(\frac{1}{2}\dot{\bar{z}} + \dot{\varphi}\dot{\bar{R}} - P\dot{\bar{R}}\dot{\psi} \right) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{\bar{z}} = \frac{\sqrt{\varphi(2+\varphi)}}{1+\varphi}, \quad \dot{\varphi} = E_{ei}(\varphi, \varphi_a)\dot{\bar{z}},$$

$$\dot{\varphi} \equiv d\varphi/dt, \quad P = H_z/\sqrt{J_e}, \quad \bar{R} = R/R_0,$$

где E_{ei} – поле в биполярном диоде, J_e – плотность электронного тока.

Результаты расчетов сравниваются с результатами опубликованных работ, имеющих отношение к теме.

Параметрические уравнения формирующих электродов получаются при аналитическом продолжении формулы (1):

$$z = \int_0^{\varphi} f(t, \varphi_a) dt - \text{Im} \int_0^{\psi} f(\varphi + i\tau, \varphi_a) d\tau, \quad (3)$$

$$y = \text{Re} \int_0^{\psi} f(\varphi + i\tau, \varphi_a) d\tau.$$

На рис 2. приведена картина эквипотенциальных кривых для $\varphi_a = 5$ (2,5 МВ), когда нерелятивистская картина заметным образом теряет свою симметрию. В четвертом квадранте появляется область неоднозначности потенциала между огибающей кривых $\varphi = \text{const}$ и кривой $\varphi/\varphi_a = 1$.

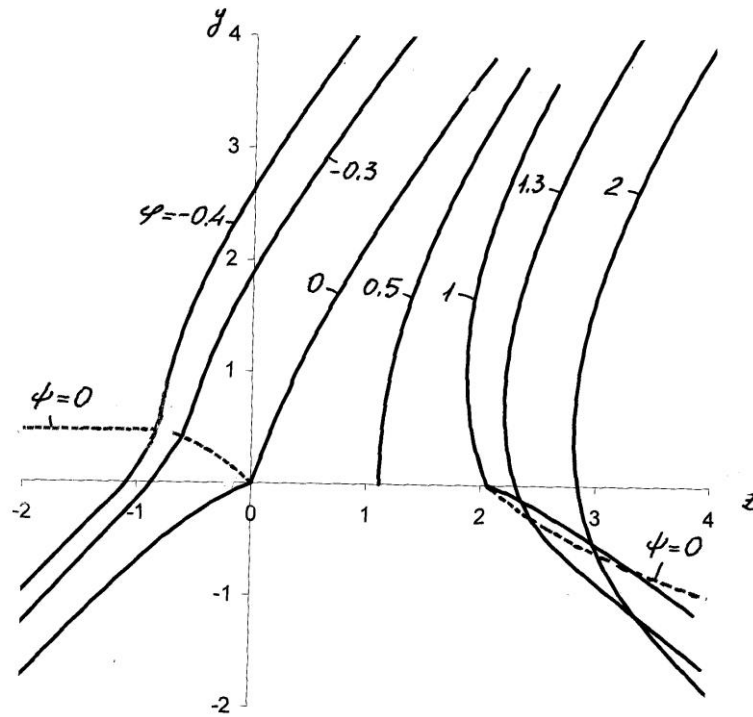


Рисунок 2

Эквипотенциальные кривые в ультрарелятивистском приближении, когда решение удается выразить в элементарных функциях, изображены на рис. 3.

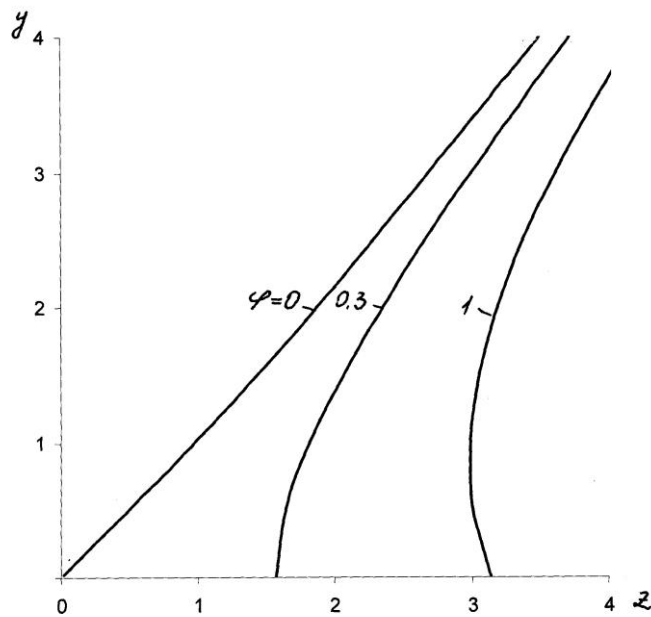


Рисунок 3

Исследование распределения потенциала в биполярном диоде с релятивистскими электронами и конфигурации формирующих электродов для ленточного пучка обнаруживает исключительно медленное стремление параметров к ультрарелятивистскому пределу. Цена вопроса по коэффициенту усиления электронного

тока K_e , изменяющегося от $K_{en} \approx 1.86$ до $K_{eu} = (\pi/2)^2 \approx 2.4674$ составляет $1 - K_{en}/K_{eu} = 24.4\%$. Отличие $\delta_{ex} = K_{eu}/K_e - 1$ точного значения K_e от ультрарелятивистской величины (табл. 1) при $\varphi_a = 10$ (5 МВ), 100 (50 МВ), 1000 (500 МВ) составляет соответственно 16, 5.6, 1.8 %. Нерелятивистские величины в тех же случаях отклоняются от точных $\delta_n = 1 - K_{en}/K_e$ на 12, 20, 23 %. Таким образом, при $\varphi_a = 5$ МВ нерелятивистское значение оказывается ближе к истинному, чем ультрарелятивистское, а при $\varphi_a = 50, 500$ МВ ошибка $(K_{eu} - K_e)/(K_{eu} - K_{en})$ ультрарелятивистского приближения составляет 22 и 7.4 % от величины исследуемого эффекта.

Таблица 1

φ_a	K_e	$\delta_{ex}, \%$	$\delta_n, \%$
10	2.125	16.1	12.2
100	2.337	5.6	20.2
1000	2.423	1.8	23.0

Сказанное означает, что при оценке влияния релятивизма в указанном диапазоне энергий необходимо пользоваться не предельными ультрарелятивистскими значениями параметров, а их точными величинами при учете ограничений, обусловленных влиянием собственного магнитного поля [1]. При формировании потоков с релятивистскими электронами ультрарелятивистский предел, игнорирующий условия эмиссии с катода, приводит к конфигурации нулевого электрода, не имеющей физического смысла.

Важную роль в современных и перспективных разработках источников интенсивных электронных пучков играют биполярные диоды нерелятивистских и релятивистских энергий со встречным движением электронов и ионов, генерируемых различными типами эмиттеров. Электронные пучки с аксиальной симметрией и прямоугольным сечением [2] применяются в сильноточных нерелятивистских пушках для технологии, в плазменной электронике и в плазмо-химических реакторах, а также в инжекторах и ускорителях релятивистских энергий, для электронно-ионизационных лазеров, радиационных технологий и т.д.

Библиографический список

1. Белкин В.М., Завьялов М.А., Сыровой В.А. // Плоский биполярный диод с релятивистскими электронами. / В.М. Белкин, М.А. Завьялов, В.А. Сыровой //– Радиоэлектроника. – 2011. – Т.56. – №2. – С. 142-206.
2. Вашковский А.В., Завьялов М.А., Сыровой В.А. // Формирование широких биполярных пучков с сечением, близким к прямоугольному. / А.В. Вашковский, М.А. Завьялов, В.А. Сыровой //– Радиоэлектроника. – 1999. – Т.44. – №4. – С. 485.