

**В.А.Солнцев, Д.С.Шабанов**

ФГБОУ ВПО Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)

## **О влиянии пространственного заряда на усиление в ЛБВ с периодическими замедляющими системами**

*Рассмотрено влияние параметра пространственного заряда на решения полученного ранее универсального характеристического уравнения электронных волн, и соответственно на усиление в ЛБВ с периодическими ЗС. Главное внимание обращено на особенности усиления электронных волн по сравнению с результатами теории Дж. Пирса, справедливой только для ЛБВ с «гладкими» ЗС.*

**Ключевые слова:** ЛБВ, резонаторные замедляющие системы, частоты отсечки, параметры Пирса, пространственный заряд

Применение для расчета ЛБВ с резонаторными замедляющими системами (ЗС) волнового анализа, разработанного для спиральных ЛБВ, встречает значительные трудности, связанные с «запираем» резонаторных ЗС на частотах отсечки, обращением в бесконечность сопротивления связи отдельных волн и взаимодействием электронного потока вблизи этих частот с пространственными гармониками двух волн – прямой и встречной.

Для преодоления этих трудностей развивались два основных направления теории резонаторных ЛБВ. Теория дискретного электронно-волнового взаимодействия основана на выделении в пространстве взаимодействия ЛБВ зазоров взаимодействия в составляющих ЗС резонаторах и участков дрейфа электронных потоков. В теории дискретного электронно-волнового взаимодействия ЗС резонаторной ЛБВ представляется той или иной эквивалентной схемой. Используются различные варианты RLC-схем или цепочек многополюсников. При моделировании ЗС эквивалентными схемами или системами во многих случаях можно описать дискретное взаимодействие электронного потока с полем ЗС с помощью эквивалентных параметров, не имеющих, в отличие от обычного сопротивления связи, особенностей на частотах отсечки и дающих возможность исследовать взаимодействие в полосах запирающего ЗС. Однако обоснование эквивалентных схем может состоять лишь в тщательном сопоставлении теоретических результатов решения «холодных» задач на основе эквивалентных схем с экспериментальными данными [2]. Разрабатывался также электродинамический подход к описанию возбуждения полей в периодических, в том числе резонаторных ЗС. В работе [3] дана теория электронных волн в периодических структурах, основанная на теории возбуждения периодических волноводов и на разложении всех ВЧ полей и токов электронного пучка в ряды по пространственным гармоникам. Получено общее характеристическое уравнение, однако вопрос о его решении на частотах отсечки и в полосах запирающего ЗС не рассматривался. Общее разностное уравнение возбуждения периодических волноводов любого вида получено в работе [4] и найден его частный вид при возбуждении

продольным током в приборах типа О. Его применение позволило сформулировать уравнения линейной теории дискретного электронно-волнового взаимодействия в ЛБВ с периодическими резонаторными ЗС без использования каких-либо эквивалентных схем, справедливые в полосах пропускания, запираия и на частотах отсечки ЗС, и получить ряд результатов при их численном решении [5,6]. Более того, удается получить универсальное характеристическое уравнение электронных волн в периодических структурах, найти ряд его аналитических решений и их трансформацию при переходе от одной к другой границе полосы пропускания ЗС с нормальной и аномальной дисперсией основной пространственной гармоники рабочей волны. Эти решения найдены в [7] без учета величины пространственного заряда для ЗС с бесконечно тонкими зазорами взаимодействия в полосах пропускания, включая их границы. В настоящей работе рассмотрено влияние пространственного заряда на решения универсального характеристического уравнения, полученного в [7], и соответственно на усиление в ЛБВ с периодическими ЗС. Главное внимание обращено на особенности усиления по сравнению с результатами теории Дж.Пирса [8], справедливой только для ЛБВ с «гладкими» ЗС.

*1. Универсальное характеристическое уравнение электронных волн и метод решения*

На рисунке 1 дано схематическое изображение ЗС ЛБВ с дискретным взаимодействием.

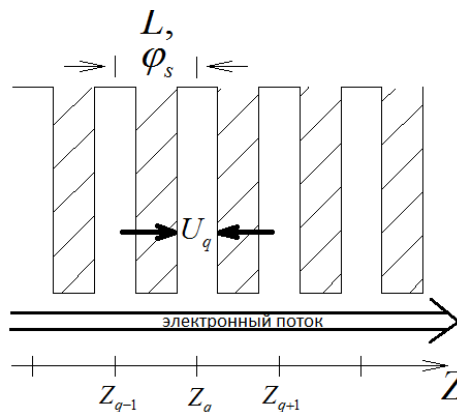


Рисунок 1.

Схема периодической ЗС

В работе [6] с использованием конечно-разностного уравнения возбуждения найдена матрица коэффициентов  $A=(a_{ij})$ , связывающая безразмерные величины ВЧ тока электронного пучка  $I$ , скорости электронов (кинетического потенциала)  $V$  и поля  $F$  в  $(q+1)$ -ом зазоре взаимодействия ЗС с их значениями в одном, а для поля в двух предыдущих зазорах:

$$\begin{aligned}
 I_{q+1} &= a_{11}I_q + a_{12}V_q + a_{13}F_q, \\
 V_{q+1} &= a_{21}I_q + a_{22}V_q + a_{23}F_q, \\
 F_{q+1} &= a_{31}I_q + a_{32}V_q + a_{33}F_q + a_{34}F_{q-1},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

В рассматриваемой линейной теории взаимодействия решение можно искать в виде электронных волн, для которых  $I_{q+1} = \lambda I_q$ ,  $V_{q+1} = \lambda V_q$ ,  $F_{q+1} = \lambda F_q$ . При этом получаем систему однородных линейных уравнений. Приравнивая к нулю определитель этой системы, получаем, однако, уравнение 4-ой степени относительно собственных чисел  $\lambda = e^{i\psi}$ , что объясняется разностным видом исходного уравнения возбуждения, связывающего значения безразмерного поля  $F_q \sim U_q$  на трех шагах ЗС [6]. В результате, раскрывая этот определитель, приходим к универсальному характеристическому уравнению электронных волн в периодических структурах, полученному в [7]:

$$(\cos\psi - \cos\theta_q)[\cos\varphi_s - \delta \cdot \cos(\varphi_e + \psi) - i(\varepsilon\varphi_e)^3(Y_1 - iY_2)] + G = 0, \quad (2)$$

где

$$G = \frac{1}{2} \exp(-i\psi) a_{13} [\sigma(\varepsilon\varphi_e)^2 (\exp(i\frac{\theta}{2}) - M) \sin\theta_q + (\cos\theta_q - \exp(i\psi)) \cdot i\varepsilon\varphi_e^2 M] + \\ + a_{23} [\varepsilon\varphi_e^2 M \frac{\sin\theta_q}{\sigma} - (\cos\theta_q - \exp(i\psi)) \cdot i(\varepsilon\varphi_e)^2 (\exp(i\frac{\theta}{2}) - M)]. \quad (3)$$

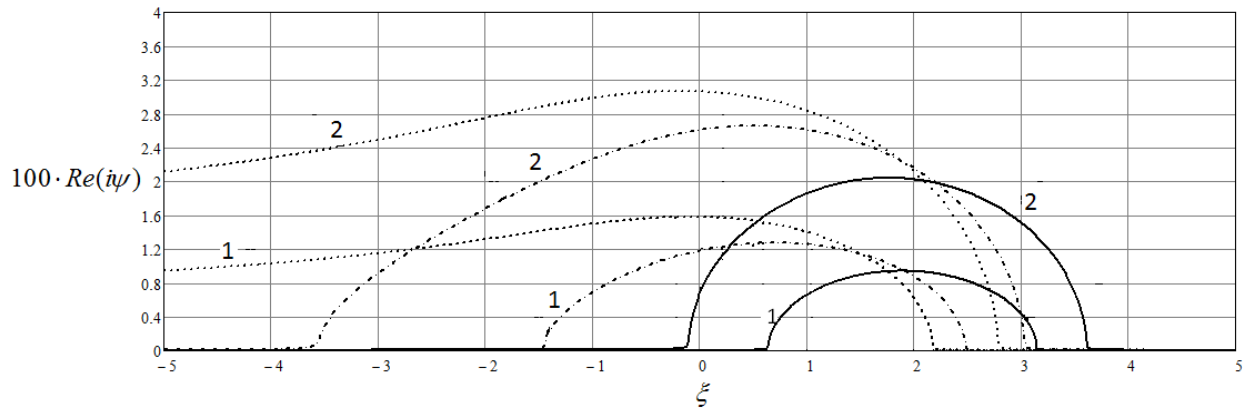
Это уравнение определяет комплексное возмущение  $\psi$  сдвига фазы электронной волны на шаг ЗС по отношению к невозмущенному сдвигу фазы в электронном потоке  $\varphi_e = \omega L/v_e$ , т.к.  $U_{q+1} = U_q \exp(i(\varphi_e + \psi))$ . Величина  $\text{Re}(i\psi)$  определяет нарастание или затухание электронной волны вдоль ЗС, а величина  $\text{Im}(i\psi)$  «горячую» поправку к скорости этой волны. Четыре комплексных значения  $i\psi$  находились с помощью системы MathCAD как собственные значения ( $\lambda = e^{i\psi}$ ), матрицы коэффициентов  $A=(a_{ij})$  в (1), что эквивалентно решению характеристического уравнения (2). Физический смысл и выражения для других входящих в (2), (3) величин приведены [6]. В частности, величина  $\varepsilon$  имеет смысл параметра усиления «С» в ЛБВ, с тем отличием, что она выражается через локальный импеданс связи, поэтому не имеет особенностей на частотах отсечки и определена как полоса пропускания, так и в полосах запираения ЗС.

## 2. Исследование влияния пространственного заряда

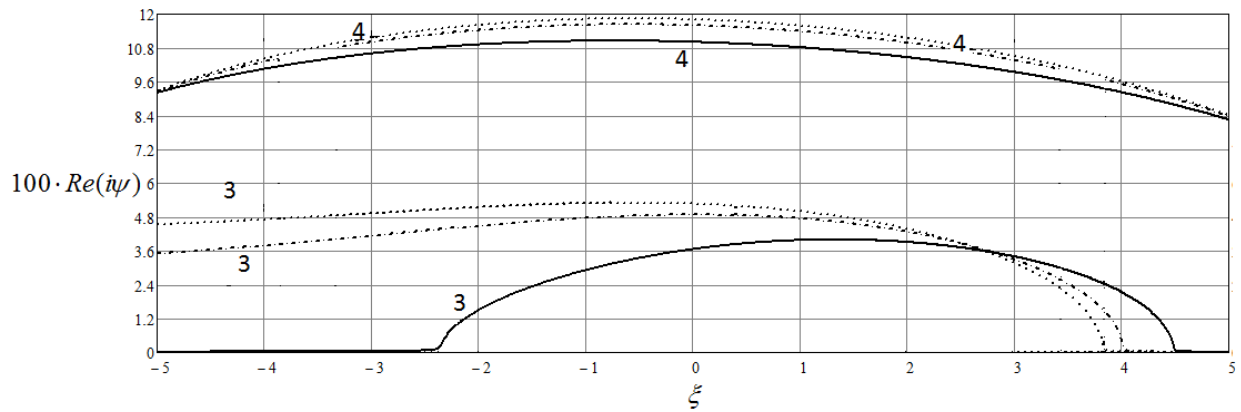
Рассматривались тонкие зазоры взаимодействия, для которых коэффициент взаимодействия  $M \approx 1$ , угол пролета электронов  $\theta = 0.01$ , комплексная электронная проводимость зазора  $Y=0$ . Исследовались области усиления электронных волн, для которых  $\text{Re}(i\psi) > 0$ ,  $\text{Im}(i\psi) < 0$ . Результаты представлены в виде, аналогичном диаграммам Пирса из [8].

Расчеты проводились при параметре усиления  $\varepsilon=0.01$  и трёх значениях параметра пространственного заряда  $\sigma^2 = 0, 1, 2$ , где  $\sigma^2 = [\omega_q / (\varepsilon\omega)]^2 = 4 \cdot \text{QC}$ ,  $\omega_q$  – редуцированная плазменная частота электронного потока. В соответствии с этими параметрами выбраны значения плазменной электрической длины одного шага ЗС:  $\theta_q = \omega_q L / v_e = \varepsilon \sigma \varphi_e$ . Здесь значения  $\varphi_e$  вычислялись через параметр расстройки  $\xi$  (соответствующий параметру  $b$  по Пирсу) скоростей электронного пучка и холодной волны ЗС (её набег фазы на период равен  $\varphi_s$ ) с помощью известной формулы  $\xi = (\varphi_s - \varphi_e) / (\varepsilon \varphi_e)$ . Параметр расстройки  $\xi$  и

значения  $\varphi_s$  в пределах полосы пропускания задавались при расчетах, и результаты представлены на рисунках 2а и 2б для ЗС с нормальной дисперсией основной пространственной гармоники ( $\delta=1$ ).



а)



б)

Рисунок 2.

Области усиления электронных волн для  $\sigma^2 = 0$  (---); 1(- · -) и 2(—) в случае нормальной дисперсии ( $\delta=1$ ) при значениях  $\varphi_s = \pi/2$  (кривые 1),  $\varphi_s = 3\pi/4$  (кривые 2),  $\varphi_s = 0,9\pi$  (кривые 3),  $\varphi_s = \pi$  (кривые 4).

Для сравнения случаев максимального пространственного заряда и его отсутствия нужно использовать сплошную и точечную кривые с одинаковыми номерами и очевидно их существенное различие при всех  $\varphi_s$ , кроме  $\varphi_s \approx \pi$ . При увеличении  $\sigma^2$  от 0 до 2 и постоянном  $\varphi_s$  зоны усиления, как и в теории Пирса, сужаются и сдвигаются вправо, при этом степень усиления уменьшается. Однако с ростом  $\varphi_s$  при постоянном  $\sigma$  зона усиления растет. При значениях  $\varphi_s$ , близких к  $\pi$ , происходит значительное расширение области усиления, существенное увеличение степени усиления и при  $\varphi_s \approx \pi$  пространственный заряд почти не влияет на значения  $\text{Re}(i\psi)$ .

Объяснение связано с тем, что при значениях  $\varphi_s$ , близких к  $\pi$ , электронный поток синхронно взаимодействует как с прямой волной ЗС, так и обратной пространственной гармоникой встречной волны. Поэтому найденные значения  $\text{Re}(i\psi) > 0$  могут соответствовать здесь генерации колебаний на обратной волне. Для получения зон

усиления необходимо решение краевой задачи для отрезков ЗС или применения кинетической теоремы (третьего закона сохранения в электронных потоках [9]).

Важно, однако, что при этом надо использовать решения универсального характеристического уравнения, отличающиеся от известных решений Пирса.

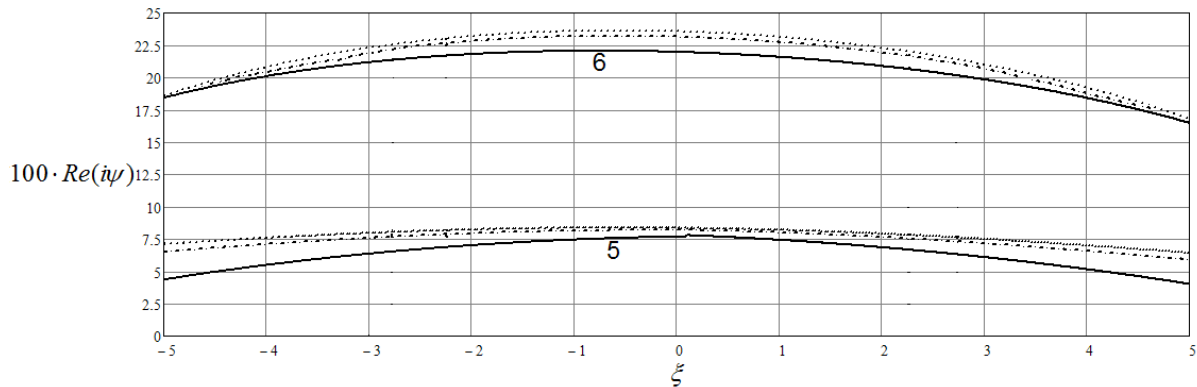


Рисунок 3.

Области усиления для  $\sigma^2 = 0$  (---); 1(- - -) и 2(—) в случае аномальной дисперсии ( $\delta = -1$ ) при значениях  $\varphi_s = \pi$  (кривые 5) и  $\varphi_s = 2\pi$  (кривые 6).

С ростом параметра пространственного заряда уменьшаются область усиления по  $\xi$  и степень усиления, но при  $\varphi_s \approx 2\pi$  пространственный заряд почти не влияет на эти параметры.

В целом полученные результаты показывают, что в середине полосы пропускания периодических ЗС закономерности влияния пространственного заряда на характеристики электронных волн такие же, как и для «гладких» ЗС. На границах полосы пропускания эти закономерности существенно изменяются.

Авторы благодарны М.В. Назаровой за полезные обсуждения результатов.

Исследование осуществлено в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2013-2014 гг., проект №\_12-01-0066.

#### Библиографический список

1. Roy W. Gould. Characteristics of Traveling-Wave Tubes with Periodic Circuits. IRE Trans. on Electron Devices, vol. ED-5. 186-195, July, 1958.
2. Л.В. Булгакова, Д.И. Трубецков, В.Л. Фишер, В.Н. Шевчик. Лекции по электронике СВЧ приборов типа О. Изд-во Саратов. ун-та. 1974.
3. Л.А. Вайнштейн. Электронные волны в периодических структурах. // ЖТФ, 1957, т.27., №10, С.2340-2352.
4. В.А. Солнцев, С.В. Мухин. Разностная форма теории возбуждения периодических волноводов. // РЭ. 1991. Т.36. №11. С.2161-2166.
5. В.А. Солнцев, Р.П. Колтунов, Обобщенная линейная теория дискретного электронно-волнового взаимодействия в замедляющих системах, 2010г. Радиотехника и электроника. том 55. №11. С.1362-1375.
6. М.В. Назарова, В.А. Солнцев, Р.П. Колтунов, Д.С. Шабанов. Исследование дискретного электронно-волнового взаимодействия в полосах пропускания и запирающих замедляющих систем. // Изв. вузов «ПНД», 2012, т.20, №3, с.118-131.
7. В.А. Солнцев. Характеристическое уравнение и свойства электронных волн в периодических структурах // Радиотехника и электроника, 2012, т.57.
8. Пирс Дж. Р., Лампа с бегущей волной. Пер. с англ. п/р Овчарова В. Т., Москва, «Советское радио», 1952.
9. Л.А. Вайнштейн, В.А. Солнцев. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.