

К.Г. Савин, Ю.В. Прокопенко, Ю.М. Поплавко

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт»

Собственные колебания составного металло-диэлектрического резонатора

Задача о собственных колебаниях составного цилиндрического металло-диэлектрического резонатора сведена к системе однородных интегральных уравнений Фредгольма первого рода, которая решена методом Галеркина. Сильная зависимость резонансных частот низших типов колебаний от величины воздушного зазора между диэлектриком и металлической плоскостью может быть использована для создания компактных электромеханически-перестраиваемых резонансных элементов.

Ключевые слова: металло-диэлектрический резонатор, метод частичных областей

Диэлектрические резонаторы (ДР) используются в качестве основного элемента селективных устройств благодаря малым размерам и высокой добротности. Для сохранения высокой добротности перестраиваемых ДР оптимально подходят электромеханический способ перестройки резонансной частоты [1]. Для составных ДР перемещения составных частей на десятки-сотни микрон позволяет получить перестройку резонансной частоты низшего типа колебаний до 30% в сантиметровом диапазоне длин волн [2]. Металло-диэлектрические резонаторы (МДР) имеют меньшие частоты низших типов колебаний и больший диапазон их перестройки по сравнению с ДР аналогичных размеров. Поэтому применение таких составных МДР (СМДР) позволяет уменьшить габариты селективных устройств и увеличить их диапазон перестройки. Применение СМДР требует решения задачи о собственных колебаниях для расчета резонансных частот. В данной работе рассматривается решение этой задачи методом частичных областей (МЧО).

СМДР включает в себя два соосных цилиндра радиуса R , высотами h и d , с относительными проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , помещенные между двумя металлическими пластинами (рис. 1). Пространство вокруг цилиндров заполнено диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ_3 (рис. 1а). Экранированный вариант включает в себя металлическую стенку радиуса R_s (рис. 1б). Весь объем СМДР разделим на две части: область 1, в которую входят оба цилиндра, и область 2, которая включает все остальное.

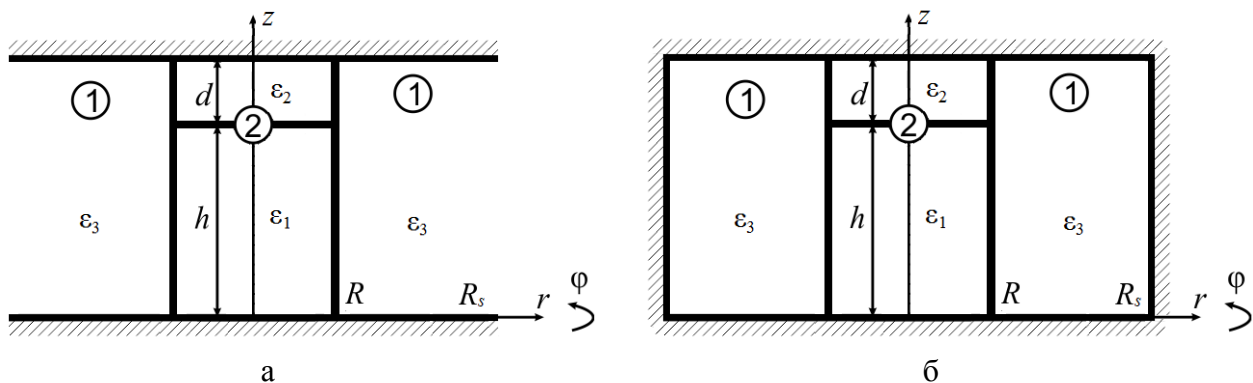


Рисунок 1

Электромагнитное поле в рассматриваемой структуре может быть описано при помощи z -компонент электрического и магнитного векторов Герца $\Gamma^{e(m)}=[0,0,\Gamma^{e(m)}]^T$. Общее поле в областях 1 и 2 может быть представлено в виде:

$$\Gamma_l^e = \sum_{i=0}^{\infty} a_{li}^e \rho_{Z_i^e}(z) Z_{li}^e(z) \Phi_n^e(\varphi) \mathfrak{R}_{lin}^e(r), \quad \Gamma_l^m = \frac{j}{Z_0} \sum_{i=0}^{\infty} a_{li}^m(z) \rho_{Z_i^m}(z) Z_{li}^m(z) \Phi_n^m(\varphi) \mathfrak{R}_{lin}^m(r), \quad (1)$$

где $l=1,2$ – номер частичной области, Z_0 – импеданс свободного пространства, $a_{li}^{e(m)}$ – амплитуды собственных волн, $Z_{li}^{e(m)}(z)$ – ортонормированные с весом $\rho_{Z_i^{e(m)}}^2(z)$ системы собственных функций области l , аналогичные собственным функциям диэлектрического клина [3], $\Phi_n^{e(m)}(\varphi)$ – решения однородного уравнения Гельмгольца, такие, что: $d\Phi_n^{e(m)}(\varphi)/d\varphi = -(+)n\Phi_n^{e(m)}(\varphi), n \in N^0$, $\mathfrak{R}_{lin}^{e(m)}(r) = \mathfrak{R}_{1in}(r)$ – решения уравнения Бесселя области 1 для экранированного резонатора:

$$\mathfrak{R}_{1in}(r) = \begin{cases} Y_n(\beta_{1i}R_s)J_n(\beta_{1i}r) - J_n(\beta_{1i}R_s)Y_n(\beta_{1i}r), \beta_{1i} = \sqrt{\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2}, \text{Re}(\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2) \geq 0, \\ K_n(\beta_{1i}R_s)I_n(\beta_{1i}r) - I_n(\beta_{1i}R_s)K_n(\beta_{1i}r), \beta_{1i} = \sqrt{\beta_{zli}^2 - \varepsilon_3k^2}, \text{Re}(\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2) < 0, \end{cases}$$

и для открытого резонатора:

$$\mathfrak{R}_{1in}(r) = \begin{cases} H_n^{(2)}(\beta_{1i}r), \beta_{1i} = \sqrt{\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2}, \text{Re}(\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2) \geq 0, \\ K_n(\beta_{1i}r), \beta_{1i} = \sqrt{\beta_{zli}^2 - \varepsilon_3k^2}, \text{Re}(\varepsilon_3k^2 - \beta_{zli}^2) < 0, \end{cases}$$

$J_n(x)$ и $Y_n(x)$ – функции Бесселя первого и второго рода n -го порядка, $I_n(x)$ и $K_n(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода n -го порядка, $H_n^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода n -го порядка, β_{1i} – поперечное волновое число в области 1, выражающееся через продольное собственное число β_{zli} , k – постоянная распространения в свободном пространстве, $\mathfrak{R}_{2in}^{e(m)}(r)$ – решения уравнения Бесселя области 2:

$$\mathfrak{R}_{2in}^{e(m)}(r) = \begin{cases} J_n(\beta_{2i}^{e(m)}r), \beta_{2i}^{e(m)} = \sqrt{\varepsilon_1k^2 - (\beta_{zli}^{e(m)})^2}, \text{Re}(\varepsilon_1k^2 - (\beta_{zli}^{e(m)})^2) \geq 0, \\ I_n(\beta_{2i}^{e(m)}r), \beta_{2i}^{e(m)} = \sqrt{(\beta_{zli}^{e(m)})^2 - \varepsilon_1k^2}, \text{Re}(\varepsilon_1k^2 - (\beta_{zli}^{e(m)})^2) < 0, \end{cases}$$

$\beta_{zli}^{e(m)}$ – i -е продольные волновые числа в области с относительной проницаемостью ε_1 .

Для выполнения условия равенства z -компонент поля на поверхности $r=R$ введем две неизвестные функции:

$$f^e(z) = E_z / \Phi_n^e(\varphi) = (\partial^2 \Gamma_l^e / \partial z^2 + \varepsilon_l(z)k^2 \Gamma_l^e) / \Phi_n^e(\varphi)$$

$$f^m(z) = jZ_0 H_z / \Phi_n^m(\varphi) = jZ_0 (\partial^2 \Gamma_l^m / \partial z^2 + \varepsilon_l(z)k^2 \Gamma_l^m) / \Phi_n^m(\varphi),$$

где $l=1,2$, $\varepsilon_1(z) = \varepsilon_3$, $\varepsilon_2(z) = \rho_{Z_2^e}^2(z)$. Тогда, учитывая, что система собственных функций областей является ортонормированной, из условия равенства φ -компонент поля на поверхности $r=R$ получим систему интегральных уравнений Фредгольма первого рода:

$$\int_0^{h+d} (G_l^e(z, z') f^e(z') + G_l^m(z, z') f^m(z')) dz' = 0, \quad l = 1, 2, \quad (2)$$

где

$$G_1^e(z, z') = -\frac{n}{R} \sum_{i=0}^{\infty} \left(Z_{1i}^e(z') \frac{dZ_{1i}^e(z)}{dz} / \beta_{1i}^2 - \rho_{Z_2^e}(z') Z_{2i}^e(z') \frac{d\rho_{Z_2^e}(z) Z_{2i}^e(z)}{dz} / (\beta_{2i}^e)^2 \right),$$

$$G_1^m(z, z') = k \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{Z_{1i}^m(z') Z_{1i}^m(z) d\mathfrak{R}_{1ni}(R) / dR}{\beta_{1i}^2 \mathfrak{R}_{1ni}(R)} - \frac{Z_{2i}^m(z') Z_{2i}^m(z) d\mathfrak{R}_{2ni}^m(R) / dR}{(\beta_{2i}^m)^2 \mathfrak{R}_{2ni}^m(R)} \right),$$

$$G_2^e(z, z') = k \sum_{i=0}^{\infty} \left(\varepsilon_3 Z_{1i}^e(z') Z_{1i}^e(z) \frac{d}{dR} \ln |\mathfrak{R}_{1ni}(R)| / \beta_{1i}^2 - \right. \\ \left. - \rho_{Z_2^e}(z') Z_{2i}^e(z') \varepsilon_2(z) \rho_{Z_2^e}(z) Z_{2i}^e(z) \frac{d}{dR} \ln |\mathfrak{R}_{2ni}^e(R)| / (\beta_{2i}^e)^2 \right),$$

$$G_2^m(z, z') = \frac{n}{R} \sum_{i=0}^{\infty} \left(Z_{1i}^m(z') \frac{dZ_{1i}^m(z)}{dz} / \beta_{1i}^2 - Z_{2i}^m(z') \frac{dZ_{2i}^m(z)}{dz} / (\beta_{2i}^m)^2 \right).$$

Исходя из метода Галеркина, введем полные и ортогональные на отрезке $[0, h+d]$ с весами $\rho_{\varphi^{e(m)}}^2(z)$ и $\rho_{\psi^{e(m)}}^2(z)$ системы координатных и проекционных функций:

$$f^{e(m)}(z) = \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_l^{e(m)} \rho_{\varphi^{e(m)}}(z) \varphi_l^{e(m)}(z), \quad (3)$$

$$\{\psi_n^{e(m)}(z)\}, n = \overline{0, \infty}$$

где $\alpha_l^{e(m)}$ подлежащие определению постоянные. В итоге приходим к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти собственные поля резонатора:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = 0, \quad (4)$$

где $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{e1} & \mathbf{A}^{m1} \\ \mathbf{A}^{e2} & \mathbf{A}^{m2} \end{bmatrix}$ – бесконечная квадратная матрица с элементами:

$$A_{ni}^{e(m)1} = \int_0^{h+d} \int_0^{h+d} G_l^{e(m)}(z, z') \rho_{\varphi^{e(m)}}(z') \varphi_i^{e(m)}(z') \rho_{\psi^m}(z) \psi_n^m(z) dz' dz, \\ , n = \overline{0, \infty}, i = \overline{0, \infty},$$

$$A_{ni}^{e(m)2} = \int_0^{h+d} \int_0^{h+d} G_l^{e(m)}(z, z') \rho_{\varphi^{e(m)}}(z') \varphi_i^{e(m)}(z') \rho_{\psi^e}(z) \psi_n^e(z) dz' dz$$

$\mathbf{X} = [\alpha_1^e, \alpha_2^e, \dots, \alpha_1^m, \alpha_2^m, \dots]^T$ – бесконечный вектор коэффициентов разложения.

При этом из самого условия существования нетривиального решения системы (4) получаем уравнение, определяющее собственные частоты СМДР:

$$\det(\mathbf{A}) = 0. \quad (5)$$

В рассматриваемой задаче есть диэлектрическое ребро, образованное плоскостями раздела трех диэлектрических сред с проницаемостями ε_1 , ε_2 , ε_3 , вблизи которого составляющие электрического поля имеют особенность вида $E \sim r^{\nu-1/2}$ [4], где r – расстояние

до ребра, $\nu = \frac{1}{\pi} \arccos \left(\frac{\varepsilon_3(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{\varepsilon_2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_3^2) + \varepsilon_1(\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) + \varepsilon_3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} - 1 \right) - \frac{1}{2}$. Функции разложения

необходимо определить так, чтобы они учитывали особенности поведения поля, а также удовлетворяли граничным условиям при $z=0$ и $z=h+d$. Согласно [5], полиномы Гегенбауэра $C_{2l}^{\nu}(\xi)$, $C_{2l+1}^{\nu}(\xi)$, системы которых ортогональны с весом $(1-\xi^2)^{\nu-1/2}$ и полны на отрезке $[0,1]$ удовлетворяют этим требованиям наилучшим образом.

Типы колебаний СМДР можно классифицировать по аналогии с однородным МДР, в котором возможны 4 типа: TM_{0ml} , TE_{0ml} , HE_{nml} и EH_{nml} [6]. Индексы n , m и l определяют количество вариаций электромагнитного поля соответственно по азимуту, радиусу и толщине резонатора. Резонансная частота данного типа колебаний СМДР стремится к частоте такого же типа колебаний однородного резонатора при $d/h \rightarrow 0$ или $\varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon_1$. Поэтому типы колебаний СМДР будем обозначать так же, как и в однородном резонаторе.

Для аксиально-симметричных типов колебаний СМДР ($n=0$), $G_1^e(z, z') \equiv G_2^m(z, z') \equiv 0$.

Тогда (5) распадается на:

$$\det(\mathbf{A}^{e2}) = 0, \quad (6)$$

$$\det(\mathbf{A}^{m1}) = 0, \quad (7)$$

которые определяют резонансные частоты TM_{0ml} - (6) и TE_{0ml} - (7) типов колебаний.

При $l=0$ в однородном резонаторе существуют электромагнитные колебания TM_{nm0} -типов [6]. В СМДР при $n>0$, $d/h \neq 0$ и $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$ эти типы колебаний становятся гибридным и превращаются в $HE_{nm\delta}$ типы, где $\delta < 1$. Тем не менее, эти типы колебаний будем называть TM_{nm0} -типами. Резонансные частоты этих типов являются комплексными величинами [6], что приводит к затухающим во времени электромагнитным колебаниям. Поэтому использование этих типов колебаний на практике не представляется возможным. Для возбуждения незатухающих колебаний резонатор должен быть помещен в закрытую систему, предотвращающую излучение резонатора в свободное пространство (рис. 1б). Наличие экрана повышает резонансные частоты СМДР, однако сохраняет тенденцию сильной зависимости резонансной частоты от воздушного зазора между металлической торцевой стенкой и диэлектриком (рис. 4).

Для решения уравнений (5), (6) и (7) использовался метод редукции, когда в рядах (3) удерживалось конечное число членов, а переход к пределу при численном решении осуществляют последовательным увеличением числа сохраняемых членов до тех пор, пока расхождение решений от ранее полученных не превышало заданную точность расчетов.

На рис. 2 показана зависимость нормированного резонансного волнового числа TM_{010} -типов колебаний экранированного СМДР от нормированной толщины воздушного зазора ($\epsilon_2=1$) при $R/h=2$, $R_\sqrt{R}=2$ и различных относительных проницаемостях материала диэлектрика, рассчитанные МЧО (ММТ) и МКЭ (FEM). Наблюдается хорошее согласование результатов, полученных различными методами.

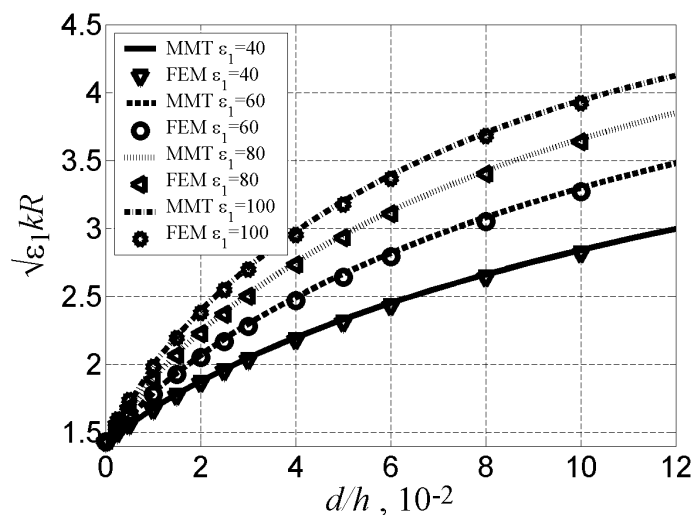


Рисунок 2.

Изменение воздушного зазора в пределах до 10% от толщины диэлектрика изменяет резонансную частоту TM_{010} -колебаний более чем на 100%. Эффективность перестройки резонансной частоты растет с увеличением относительной проницаемости материала диэлектрика и уменьшением толщины резонатора по отношению к радиусу. Требуемые абсолютные перемещения металлической плоскости доступны для современных пьезоэлектрических и электрострикционных актюаторов, а также микроэлектромеханических систем. Поэтому использование СМДР позволяет реализовать электромеханическую перестройку частоты. При $R/h \geq 1$ резонансные частоты СМДР меньше, чем частоты ДР тех же размеров. Поэтому размеры СМДР для одной и той же начальной частоты меньше, чем у перестраиваемых ДР. Таким образом, применение СМДР позволяет создавать компактные перестраиваемые селективные устройства.

Библиографический список

1. Mansour R. High-Q tunable dielectric resonator filters / R. Mansour // IEEE Microwave Magazine. – 2009. – Vol. 10. – pp. 84–98.
2. Poplavko Yu.M. Frequency-tunable microwave dielectric resonator / Yu.M. Poplavko, Yu.V. Prokopenko, V.I. Molchanov, A. Dogan // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. – 2001. – Vol. 48. – № 6. – pp. 1020–1027.
3. Руда Н.А. Решение задачи дифракции на диэлектрическом клине, расположенном между металлическими плоскостями, методом частичных областей / Н.А.Руда, Ю.В.Прокопенко, Ю.М.Поплавко // Вестник НТУУ «КПИ». Сер. Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2012. – Вып. 48. – С. 13–22.
4. Brooky G.N. Field behaviour near anisotropic and multidielectric edges / G.N. Brooky, M.Z. Kharadly // IEEE Trans. – 1977. – AP-25. – № 4. – pp.571–575.
5. Линии передачи сложных сечений / [Г.Ф. Заргано, А.М. Лерер, В.П. Ляпин, Г.П. Синявский]; под ред. В.С. Михалевского. – Ростов: Издательство Ростовского университета, 1983. – 320 с.
6. Kobayashi Y. Resonant modes of a dielectric rod resonator short-circuited at both ends by parallel conducting plates / Y.Kobayashi and S.Tanaka // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. – 1980. – MTT-28. – № 10. – pp. 1077–1085.